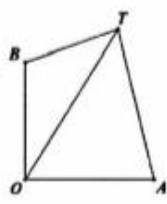


(网络收集) 2024 年上海卷数学卷高考真题图片版

一、填空题(本大题共 12 题, 满分 54 分, 第 1-6 题每题 4 分, 第 7-12 题每题 5 分)

1. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A = \{2, 4\}$, 则 $\bar{A} =$ _____.
2. 已知 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x > 0 \\ 1, & x \leq 0 \end{cases}$, $f(3) =$ _____.
3. 已知 $x \in R$, $x^2 - 2x - 3 < 0$ 的解集为 _____.
4. 已知 $f(x) = x^3 + a$, 若 $f(x)$ 是奇函数, $x \in R$, $a =$ _____.
5. 已知 $k \in R$, $\vec{a} = (2, 5)$, $\vec{b} = (6, k)$, $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 k 的值为 _____.
6. 在 $(x+1)^n$ 的二项展开式中, 若各项系数和为 32, 则 x^2 项的系数为 _____.
7. 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 上有一点 P 到准线的距离为 9, 那么 P 到 x 轴的距离为 _____.
8. 某校举办科学竞技比赛, 有 A 、 B 、 C 3 种题库, A 题库有 5000 道题, B 题库有 4000 道题, C 题库有 3000 道题. 小申已完成所有题, 他 A 题库的正确率是 0.92, B 题库的正确率是 0.86, C 题库的正确率是 0.72. 现他从所有的题中随机选一题, 正确率是 _____.
9. 已知虚数 z , 其实部为 1, 且 $z + \frac{2}{z} = m (m \in R)$, 则实数 m 为 _____.
10. 设集合 A 中的元素皆为无重复数字的三位正整数, 且元素中任意两者之积皆为偶数, 求集合中元素个数的最大值 _____.
11. 已知 A 在 O 正东方向, B 在 O 的正北方向, O 到 A 、 B 距离相等, $\angle BTO = 16.5^\circ$, $\angle ATO = 37^\circ$, 则 $\angle BOT =$ _____ . (精确到 0.1 度)
12. 等比数列 $\{a_n\}$ 首项 $a_1 > 0$, $q > 1$, 记 $I_n = \{x - y \mid x, y \in [a_1, a_2] \cup [a_n, a_{n+1}]\}$, 若对任意正整数 n , I_n 是闭区间, 则 q 的范围是 _____.

二、选择题(本大题共4题,满分18分,第13-14题每题4分,第15-16题每题5分)

13. 已知气候温度和海水表层温度相关,且相关系数为正数,对此描述正确的是 ()

- A. 气候温度高,海水表层温度就高
- B. 气候温度高,海水表层温度就低
- C. 随着气候温度由低到高,海水表层温度呈上升趋势
- D. 随着气候温度由低到高,海水表层温度呈下降趋势

14. 下列函数 $f(x)$ 的最小正周期是 2π 的是 ()

- A. $\sin x + \cos x$
- B. $\sin x \cos x$
- C. $\sin^2 x + \cos^2 x$
- D. $\sin^2 x - \cos^2 x$

15. 定义一个集合 Ω , 集合中的元素是空间内的点集, 任取 $P_1, P_2, P_3 \in \Omega$, 存在不全为0的实数 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, 使得 $\lambda_1 \overrightarrow{OP_1} + \lambda_2 \overrightarrow{OP_2} + \lambda_3 \overrightarrow{OP_3} = \vec{0}$. 已知 $(1, 0, 0) \in \Omega$, 则 $(0, 0, 1) \notin \Omega$ 的充分条件是 ()

- A. $(0, 0, 0)$
- B. $(-1, 0, 0)$
- C. $(0, 1, 0)$
- D. $(0, 0, -1)$

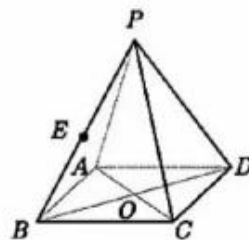
16. 定义集合 $M = \{x_0 | x_0 \in \mathbb{R}, x \in (-\infty, x_0), f(x) < f(x_0)\}$, 在使得 $M = [-1, 1]$ 的所有 $f(x)$ 中, 下列成立的是 ()

- A. $f(x)$ 是偶函数
- B. $f(x)$ 在 $x = 2$ 处取最大值
- C. $f(x)$ 严格增
- D. $f(x)$ 在 $x = -1$ 处取到极小值

三、解答题(本大题共5题,共14+14+14+18+18=78分)

17. 如图为正四棱锥 $P-ABCD$, O 为底面 $ABCD$ 的中心.

- (1) 若 $AP = 5, AD = 3\sqrt{2}$, 求 $\triangle POA$ 绕 PO 旋转一周形成的几何体的体积;
- (2) 若 $AP = AD, E$ 为 PB 的中点, 求直线 BD 与平面 AEC 所成角的大小.



18. 若 $f(x) = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$.

(1) $y = f(x)$ 过 $(4, 2)$, 求 $f(2x-2) < f(x)$ 的解集;

(2) 存在 x 使得 $f(x+1)$ 、 $f(ax)$ 、 $f(x+2)$ 成等差数列, 求 a 的取值范围.

19. 为了解某地初中学生体育锻炼时长与学业成绩的关系, 从该地区 29000 名学生中抽取 580 人, 得到日均体育锻炼时长与学业成绩的数据如下表所示:

时间范围 \ 学业成绩	[0,0.5)	[0.5,1)	[1,1.5)	[1.5,2)	[2,2.5)
优秀	5	44	42	3	1
不优秀	134	147	137	40	27

(1) 该地区 29000 名学生中体育锻炼时长大于 1 小时人数约为多少?

(2) 估计该地区初中学生日均体育锻炼的时长 (精确到 0.1)

(3) 是否有 95% 的把握认为学业成绩优秀与日均体育锻炼时长不小于 1 小时且小于 2 小时有关?

附: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, $P(\chi^2 \geq 3.841) \approx 0.05$.

20. 双曲线 $\Gamma: x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1, (b > 0)$, A_1, A_2 为左右顶点, 过点 $M(-2, 0)$ 的直线 l 交双曲线 Γ 于两点 P, Q , 且点 P 在第一象限,

(1) 若 $e = 2$ 时, 求 b .

(2) 若 $b = \frac{2\sqrt{6}}{3}$, $\triangle MA_2P$ 为等腰三角形时, 求点 P 的坐标.

(3) 过点 Q 作 OQ 延长线交 Γ 于点 R , 若 $\overrightarrow{A_1R} \cdot \overrightarrow{A_2P} = 1$, 求 b 取值范围.

21. 对于一个函数 $f(x)$ 和一个点 $M(a, b)$, 令 $s(x) = (x-a)^2 + (f(x)-b)^2$, 若 $P(x_0, f(x_0))$ 是 $s(x)$ 取到最小值的点, 则称 P 是 M 在 $f(x)$ 的“最近点”.

(1) 对于 $f(x) = \frac{1}{x}, D = (0, +\infty)$, 求证: 对于点 $M(1, 0)$, 存在点 P , 使得 P 是 M 在 $f(x)$ 的“最近点”;

(2) 对于 $f(x) = e^x, D = \mathbb{R}, M(1, 0)$, 请判断是否存在一个点 P , 它是 M 在 $f(x)$ 最近点, 且直线 MP 与 $f(x)$ 在点 P 处的切线垂直;

(3) 设 $f(x)$ 存在导函数, 且 $g(x)$ 在定义域 \mathbb{R} 上恒正, 设点 $M_1(t-1, f(t)-g(t)), M_2(t+1, f(t)+g(t))$. 若对任意的 $t \in \mathbb{R}$, 都存在点 P , 满足 P 是 M_1 的最近点, 也是 M_2 的最近点, 试求 $f(x)$ 的单调性.

参考答案

一. 填空题

1. $\{1,3,5\}$ 2. $\sqrt{3}$ 3. $(-1,3)$ 4. 0 5. 15
6. 10 7. $4\sqrt{2}$ 8. $\frac{17}{20}$ 9. 2
10. 329 11. 7.8° 12. $[2, +\infty)$

二. 选择题

13. C 14. A 15. C 16. D

三. 解答题

17. (1) 12π ; (2) $\frac{\pi}{4}$
18. (1) $(1,2)$; (2) $a > 1$
19. (1) 12500 人; (2) 0.9; (3) 学业成绩与锻炼时长不小于 1 小时且小于 2 两小时有关
20. (1) $\sqrt{3}$; (2) $(2, 2\sqrt{2})$; (3) $b \in (0, \sqrt{3})$
21. (1) 略
(2) 存在点 P $(0, 1)$ 使直线 MP 于 $f(x)$ 在点 P 处的切线垂直
(3) 略