绝密★启用前

2024年普通高等学校招生全国统一考试(天津卷　回忆版)
数　学（含答案解析）

本试卷分第I 卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，共150分，考试用时120分钟.

答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上，并在规定位置粘贴考试用条形码.答卷时，考生务必将答案涂写在答题卡上，答在试卷上的无效.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

祝各位考生考试顺利!

第 I 卷

注意事项：

1. 每小题选出答案后，用铅笔把答题卡上对应题日的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.
2. 本卷共9小题，每小题5分，共45分.

参考公式:

●如果事件 A,B 互斥，那么 P(AUB)=P(A)+P(B)

●如果事件 A,B 相互独立，那么 P(AB)=P(A)P(B).

• 球的体积公式 $V=\frac{1}{3}\pi R^3$，其中 R 表示球的半径.

• 圆锥的体积公5式 $V=\frac{1}{3}Sh$ 其中S 表示圆锥的底面面积，h 表示圆锥的高.

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 集合A={1,2,3,4},B={2,4,6,8}, 则A∩B=

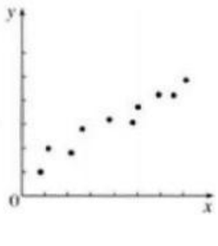
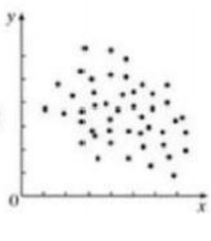
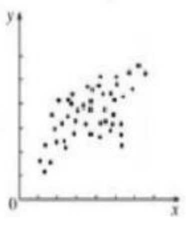
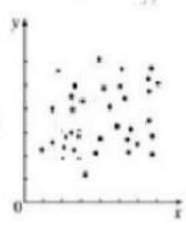
(A){1,2,3,4}　　(B){2,4}　　(C){2,3,4}　　(D){1,2,3,4,6,8}

2. 设 a,b,∈R, 则“$a^3=b^3$” 是“$3^4=3'$”的　　(　　)

(A) 充分不必要条件　　(B) 必要而不充分条件

(C) 充要条件　　(D) 既不充分也不必要条件

3. 下列图中，相关性系数最大的是　　(　　)

(A)

(B)

(C)

(D)


4. 下列函数是偶函数的是　　(　　)

(A) $\frac{e^x-x^2}{x^2+1}$　　(B) $\frac{\cos x+x^2}{x^2+1}$　　(C) $\frac{e^x-x}{x+1}$　　(D) $\frac{\sin x+4x}{e^{|x|}}$

5. 若a=4.2-0.2,b=4.20-^{2},c=$\log_4$20.2,　　　　则a,b,c 的大小关系为　　　　(　)

(A)c>a>b　　　　(B)c>b>a　　　　(C)a>b>c　　　　(D)b>a>c

6. 若 a, b 为两条直线， m 为一个平面，则下列结论正确的是　　　　(　)

(A)　若a//m, m ⊂ β， 则a//b　　　　(B)　若a//m, b//m,　　则a//b

(C)　若a//m, b⊥m,　则a ⊥b　　　　(D)　若 a//m, b⊥m,　则 a, b 相交

7. 已知函数 $f(x)=3\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的最小正周期为 π，则函数 f(x) 在 $\left[-\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{6}\right]$ 上的最小值是　　　　(　)

(A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　　　(B) $-\frac{3}{2}$　　　　(C)0　　　　(D) $\frac{3}{2}$

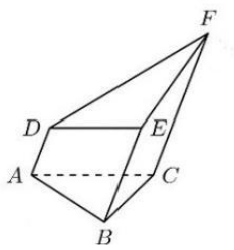
8. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$, P 是双曲线右支上一点，且直线 PF_2 的斜率为2, $\triangle PF_1F_2$ 是面积为8的直角三角形，则双曲线的方程为　　　　(　)

(A) $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{2}=1$　　(B) $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1$　　(C) $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{8}=1$　　(D) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{8}=1$

9. 一个五面体ABC-DEF, 已知AD//BD//CF, 且两两之间的距离为1, 已知AD=1,BE=2，CF=3, 则该五面体的体积为

本题考点

考点　充分!



(A) $\frac{\sqrt{3}}{6}$　　　　(B) $\frac{3\sqrt{3}}{4}+\frac{1}{2}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　　　(D) $\frac{3\sqrt{3}}{4}-\frac{1}{2}$

【选择题答案】

第1题

【答案】 B {2，4}

【解析】

【分析】根据交集定义求结果.

【详解】$A\cap B=\{1,2,3,4\}\cap\{2,4,6,8\}=\{2,4\}$

故答案为：$\{2,4\}$

【点睛】本题考查交集定义，考查基本分析求解能力，属基础题

第2题

【答案】 C

【解析】

"$3^a<3^b$"$\Leftrightarrow a<b\Leftrightarrow a^3<b^3$，∴"$3^a<3^b$"是"$a^3<b^3$"的充要条件.

第3题

【答案】 A

【解析】

两个变量具有相关关系的散点图应是从左下角到右上角
域，或是从左上角到右下角的区域.

第4题

【答案】 B

【解析】 略

第5题

【答案】 D

【解析】 b > a > c

第6题

【答案】 C

【解析】 n是a法向量，m⊥n

第7题

【答案】 D 3/2

【解析】

$T=\frac{2\pi}{w}=\pi \Rightarrow w=2, f(x)=3\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right) \quad x\in\left[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6}\right] \Rightarrow$

$2x+\frac{\pi}{3}\in\left[\frac{\pi}{6}, \frac{2}{3}\pi\right], \Rightarrow f(x)\in\left[\frac{3}{2}, 3\right]$

$\therefore \frac{3}{2}$

第8题

【答案】 A

【解析】 略

第9题

【答案】 C

【解析】

三者两两平行，间距为1，相当于正三棱柱分别截取
细分或1个三棱柱加一个不规则棱锥。

$V=V_1+V_2=\frac{1}{2}\times 1\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times 1+\frac{1}{3}\times\left(\frac{3}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

2024年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷　回忆版）

数　学

第 II 卷

注意事项：

1. 用黑色墨水的钢笔或签字笔将答案写在答题卡上.

2. 本卷共11小题，共105分 .

二 、填空题：本大题共6个小题，每小题5分，共30分 .

10.　已知i 是虚数单位，复数$(\sqrt{5}+\mathrm{i})\cdot(\sqrt{5}-2\mathrm{i})$ = $7-\sqrt{5}i.$_.

第10题【解析】

$(\sqrt{5}+i)(\sqrt{5}-i:) = (\sqrt{5})^2 - 2i\sqrt{5} + i\sqrt{5} - 2i^2 = 7 - \sqrt{5}i.$

11.　在 $\left(\frac{x^2}{3}-\frac{3}{x^2}\right)^6$ 的展开式中，常数项项为-20.

第11题【解析】

$\left(\frac{x^2}{3}-\frac{3}{x^2}\right)^6$ 令 $a=\frac{x^2}{3}>0$, 则 $\left(\frac{x^2}{3}-\frac{3}{x^2}\right)^6=\left(a-\frac{1}{a}\right)^6$

根据二项式定理，展开式通项为$T_k=\binom{6}{k}a^{6-k}\left(-\frac{1}{a}\right)^k$ $\Rightarrow$ $k=3$ 时为常数项

$T_3=-\binom{6}{3}=-20$

12. 圆 C:$(x-1)^2+y^2=25$ 的圆心与抛物线$y^2=2px(p>0)$的焦点F, 圆 C和抛物线交于点 A, 则原点到直线 AF 的距离为__

第12题【答案解析】

圆心为 $c\ (1,0)$ 故 $y^2=2px$ 焦点 $F(1,0)$,

又其焦点为 $\left(\frac{p}{2},o\right)\Rightarrow$ $\frac{p}{2}=1\Rightarrow p=2$, 联立 $\begin{cases} y^2=2px=4x \\ (x-1)^2+y^2=25 \end{cases}$.

$x>0,\Rightarrow x=4, y^2=16$, 故 A 为 $(4,4)$ 或 $(4,-4)$ 又 $|OF|=1$, $\tan\theta=\frac{4}{3}\Rightarrow$

$\sin\theta=\frac{4}{5}$, 故 O 到 AF 距离为 $|OF|\cdot\sin\theta=1\cdot\frac{4}{5}=\frac{4}{5}$.

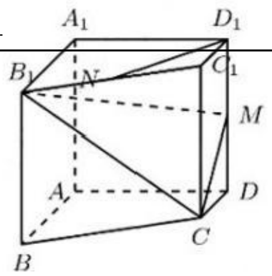
13. 甲乙二人要从 A,B,C,D,E 五个小球中任选三个，且他们的选择相互独立，则甲选到A 的概率为 0.6 ;已知乙选了A 活动，他选B 的概率为 0.5 .

第13题【解析】

甲乙相互独立，故先算甲选 A，从 A、B、C、D、E 任选三个共有——种组合，包含 A 的组合仅有 ABC、ABD、ABE、ACD、ACE、ADE 六种，故 $\binom{5}{3}$ P(甲选择 A)$=\frac{6}{\binom{5}{3}}=\frac{3}{5}$

若已知乙选 A，相当于从 BCDE 选两个，总组合数 $\binom{4}{2}$ ，乙同时选中 A、B 则又能 C、D、E 中选一个，共 3 种。所以 P(乙选 B|乙选 A)$=\frac{6}{\binom{4}{2}}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

14. 正方形 ABCD 的边长为 $\overrightarrow{DE}=2\overrightarrow{EC},\overrightarrow{BE}=\lambda\overrightarrow{BA}+\mu\overrightarrow{BC}$ ，点 D 为AB 的中点，则 λ + μ =____，若F为线段BE上的动点，G为AF的中点，则 $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{DG}$ 的最小值为__________



第14题【解析】

$\overrightarrow{DB}=2\overrightarrow{EC}\Rightarrow E\left(\frac{2}{3},0\right), B(1,1)$

$\therefore \overrightarrow{BE}=\left(-\frac{1}{3},-1\right), \overrightarrow{BA}=(-1,0), \overrightarrow{BC}=(0,-1)$

$\overrightarrow{BE}=\lambda\overrightarrow{BA}+\mu\overrightarrow{BC}\Rightarrow \lambda=\frac{1}{3}, \mu=1, \therefore \lambda+\mu=\frac{4}{3}$

BE 方程: $y=3x-2, x\in\left[\frac{2}{3},1\right], \Rightarrow \overrightarrow{AF}=(x,3x-3)$

$$G\ 为\ \left(\frac{x}{2},\frac{3x-1}{2}\right), \therefore \overrightarrow{OG}_1=\left(\frac{x}{2},\frac{3x-1}{2}\right), \Rightarrow$$

$$\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{OG}=\frac{2x}{2}\cdot x+\frac{3x-1}{2}\cdot(3x3)=\frac{10x^2-12x+3}{2}, x\epsilon\left[\frac{2}{3},1\right]$$

$x=\frac{2}{3}$ 时 $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{OG}$最小， 代入得 $((\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{OG})_{\min}=-\frac{5}{18}$

15. 若函数 $f(x)=2\sqrt{x^2-ax}-|ax-2|+1$ 恰有一个零点，则a的取值范围为________________

第15题【答案】

$(-\infty, 0) \cup (0, 1) \cup (1, +\infty)$.

第15题【解析】

15. $f(x)=2\sqrt{x^2-ax}-|ax-2|+1$，分段考察，并画图。
$a=0$ 时，$f(x)=2|x|-1$，有 2 个 0 点不满足条件，同理 a=1 时，

$f(x)=2\sqrt{x^2-x}-|x-2|+1$ 有一个以上零点，不满足。

当 a<0 时，画图，恰好一个 0 点。

同理 0<a<1 或 a>1 时也之有一个 0 点

∴a 取值范围 $(-\infty, 0) \cup (0, 1) \cup (1, +\infty)$.

三、解答题：本大题共5小题，共75分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

16.（本题满分14分）

在△ABC 中，角A,B,C 的对边分别为a,b,c. 已知 $\cos B=\frac{9}{16}$, $b=5$、$a:c=2:3$.

(I) 求 a 的值;

(II) 求 sin A 的值;

(IIII) 求 cos(2A-B)的值.

第16题【答案】

(1) 4

(2) $\frac{\sqrt{7}}{4}$

(3) $\frac{57}{64}$

17.（本题满分15分）

$AA_1\perp$平面ABCD, $AD\perp AB$, $AA_1\perp AD$, 其中AB=AD=2, DC=1,

N为B_1C_1中点，M为DD_1中点；

（Ⅰ）求证：D_1N// 平面CB_1M;

（Ⅱ）求平面CB_1M与平面BB_1C_1夹角的余弦值；

（Ⅲ）求点 B 到平面CB_1M的距离.

第17题【答案】（1）略 （2）$\frac{2\sqrt{22}}{11}$ （3）$\frac{2}{\sqrt{11}}$

18.（本题满分15分）

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$ 的离心率 $e=\frac{1}{2}$ 左顶点为A，下顶点为 B，C为线段OB的中点，其中 $S_{\triangle ABC}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

（Ⅰ）求椭圆的方程；

（Ⅱ）过点 $\left(0,-\frac{3}{2}\right)$的动直线与椭圆有两个交点PQ，在y轴上是否存在点T，使得$\overrightarrow{TP}\cdot\overrightarrow{TQ}\leqslant 0$？若存在求出点T纵坐标的取值范围，若不存在，请说明理由.

第17题【答案解析】略

19.（本题满分15分）

已知数列$\{a_n\}$是等比数列，其前n 项和为S_n． 若$a_1=1, S_2=a_3-1$.

(I) 求$\{a_n\}$的前n 项和S_n；

（Ⅱ） 设 $b_n=\begin{cases}k, & n=a_k,\\ b_{n-1}+2k, & a_k<n<a_{k+1}.\end{cases}$ 其中k 是大于1的正整数．

(i) 当 $n=a_{k+1}$ 时，求证：$b_{n-1}\geqslant a_k\cdot b_n$；

(ii) 求 $\sum\limits_{i=1}^{S_n} b_i$.

第19题【答案】（1） $\therefore a_n=2^{n-1}$, $S_n=2^n-1$. （2）略

20.（木题满分16分）

已知函数 $f(x)=x\ln x$.

（Ⅰ） 求 $f(x)$ 图象在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（Ⅱ） 若 $f(x)\geqslant a(x-\sqrt{x})$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 恒成立，求 a 的取值范围；

（Ⅲ） 若 $x_1,x_2\in(0,1)$，证明 $|f(x_1)-f(x_2)|\leqslant\sqrt{|x_1-x_2|}$.

第20题【答案】 （1）y=x-1 （2）a=3-ln16 （3）略