

2020年普通高等学校招生全国统一考试

数学（浙江卷）

选择题部分（共40分）

一、选择题：本大题共10小题，每小题4分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $P = \{x | 1 < x < 4\}$ ， $Q = \{x | 2 < x < 3\}$ ，则 $P \cap Q =$

- A. $\{x | 1 < x \leq 2\}$
- B. $\{x | 2 < x < 3\}$
- C. $\{x | 2 < x \leq 3\}$
- D. $\{x | 1 < x < 4\}$

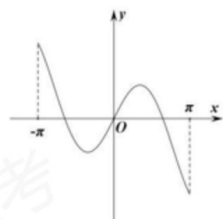
2. 已知 $a \in \mathbb{R}$ ，若 $a - 1 + (a - 2)i$ (i 为虚数单位) 是实数，则 $a =$

- A. 1
- B. -1
- C. 2
- D. -2

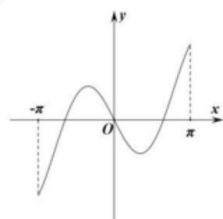
3. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - 3y + 1 \leq 0 \\ x + y - 3 \geq 0 \end{cases}$ ，则 $z = x + 2y$ 的取值范围是

- A. $(-\infty, 4]$
- B. $[4, +\infty)$
- C. $[5, +\infty)$
- D. $(-\infty, +\infty)$

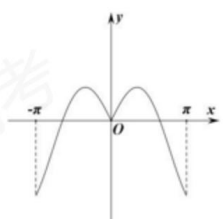
4. 函数 $y = x \cos x + \sin x$ 在区间 $[-\pi, +\pi]$ 的图像大致为



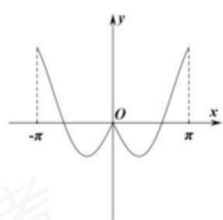
A.



B.

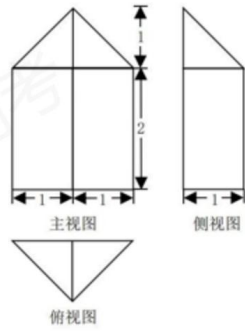


C.



D.

5. 某几何体的三视图（单位： cm ）如图所示，则该几何体的体积（单位： cm^3 ）是



- A. $\frac{7}{3}$
- B. $\frac{14}{3}$
- C. 3
- D. 6

6. 已知空间中不过同一点的三条直线 m, n, l 则“ m, n, l 在同一平面”是“ m, n, l 两两相交”的

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充分必要条件
- D. 既不充分也不必要条件

7. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和 S_n ，公差 $d \neq 0$ ， $\frac{a_1}{d} \leq 1$. 记

$b_1 = S_2, b_{n+1} = S_{n+2} - S_{2n}, n \in \mathbb{N}^*$, 下列等式不可能成立的是

- A. $2a_4 = a_2 + a_6$
- B. $2b_4 = b_2 + b_6$
- C. $a_4^2 = a_2 a_6$
- D. $b_4^2 = b_2 b_6$

8. 已知点 $O(0,0)$, $A(-2,0)$, $B(2,0)$. 设点 P 满足 $|PA| - |PB| = 2$, 且 P 为函数

$y = 3\sqrt{4-x^2}$ 的图像上的点, 则 $|OP| =$

- A. $\frac{\sqrt{22}}{2}$
- B. $\frac{4\sqrt{10}}{5}$
- C. $\sqrt{7}$
- D. $\sqrt{10}$

9. 已知 $a, b \in \mathbb{R}$ 且 $ab \neq 0$, 若 $(x-a)(x-b)(x-2a-b) \geq 0$ 在 $x \geq 0$ 上恒成立, 则

- A. $a < 0$
- B. $a > 0$
- C. $b < 0$
- D. $b > 0$

10. 设集合 S, T , $S \subseteq \mathbb{N}^*, T \subseteq \mathbb{N}^*$, S, T 中至少有两个元素, 且 S, T 满足:

① 对于任意 $x, y \in S$, 若 $x \neq y$, 都有 $xy \in T$;

② 对于任意 $x, y \in T$, 若 $x < y$, 则 $\frac{y}{x} \in S$, 下列命题正确的是

- A. 若 S 有 4 个元素, 则 $S \cup T$ 有 7 个元素

- B. 若 S 有 4 个元素, 则 $S \cup T$ 有 6 个元素
 C. 若 S 有 3 个元素, 则 $S \cup T$ 有 4 个元素
 D. 若 S 有 3 个元素, 则 $S \cup T$ 有 5 个元素

非选择题部分 (共110分)

二、填空题: 本大题共7道小题, 共36分。多空题每小题6分; 单空题每小题4分。

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$, 则 $S_3 =$ _____

12. 设 $(1+2x)^5 = a_1 + a_2x + a_3x^2 + a_4x^3 + a_5x^4 + a_6x^5$, 则 $a_5 =$ _____;

$a_1 + a_2 + a_3 =$ _____.

13. 已知 $\tan \theta = 2$, 则 $\cos 2\theta =$ _____; $\tan(\theta - \frac{\pi}{4}) =$ _____.

14. 已知圆锥展开图的侧面积为 2π , 且为半圆, 则底面半径为 _____.

15. 设直线 $l: y = kx + b (k > 0)$, 圆 $C_1: x^2 + y^2 = 1$, $C_2: (x-4)^2 + y^2 = 1$, 若直线 l 与 C_1, C_2 都相切, 则 $k =$ _____; $b =$ _____.

16. 一个盒子里有1个红1个绿2个黄四个相同的球, 每次拿一个, 不放开, 拿出红球即停, 设拿出黄球的个数为 ξ , 则 $P(\xi = 0) =$ _____; $E(\xi) =$ _____

17. 设 e_1, e_2 为单位向量, 满足 $|2e_1 - e_2| \leq \sqrt{2}$, $a = e_1 + e_2$, $b = 3e_1 + e_2$, 设 a, b 的夹角为 θ , 则 $\cos^2 \theta$ 的最小值为 _____.

三、解答题: 本大题共5小题, 共74分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

18. (本题满分14分)

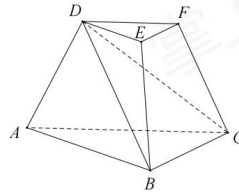
在锐角 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $2b \sin A = \sqrt{3}a$

(I) 求角 B

(II) 求 $\cos A + \cos B + \cos C$ 的取值范围。

19 (本题满分15分)

如图, 三棱台 $DEF-ABC$ 中, 面 $ADFC \perp$ 面 ABC , $\angle ACB = \angle ACD = 45^\circ$,



$DC = 2BC$ 。

(I) 证明: $EF \perp DB$;

(II) 求 DF 与面 DBC 所成角的正弦值。

(第19题图)

20. (本题满分15分)

已知 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ 中, $a_1 = b_1 = c_1 = 1, c_{n+1} = a_{n+1} - a_n, c_{n+1} = \frac{b_n}{b_{n+2}} \cdot c_n (n \in \mathbb{N}^*)$.

(I) 若数列 $\{b_n\}$ 为等比数列, 且公比 $q > 0$, 且 $b_1 + b_2 = 6b_3$, 求 q 与 a_n 的通项公式;

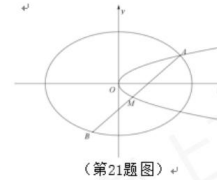
(II) 若数列 $\{b_n\}$ 为等差数列, 且公差 $d > 0$, 证明: $c_1 + c_2 + \dots + c_n < 1 + \frac{1}{d}$

21. (15分)

如图, 已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$, 抛物线 $C_2: y^2 = 2px (p > 0)$, 点 A 是椭圆 C_1 与抛物线 C_2 的交点, 过点 A 的直线 l 交椭圆 C_1 于点 B , 交抛物线 C_2 于 M (B, M 不同于 A).

(I) 若 $p = \frac{1}{16}$, 求抛物线 C_2 的焦点坐标;

(II) 若存在不过原点的直线 l 使 M 为线段 AB 的中点; 求 p 的最大值.



(第21题图)

22. (本题满分 15 分)

已知 $1 < a \leq 2$, 函数 $f(x) = e^x - x - a$, 其中 $e = 2.71828\dots$ 为自然对数的底数.

(I) 证明: 函数 $y = f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上有唯一零点;

(II) 记 x_0 为函数 $y = f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上的零点, 证明:

(i) $\sqrt{a-1} \leq x_0 \leq \sqrt{2(a-1)}$;

(ii) $x_0 f(e^{x_0}) \geq (e-1)(a-1)a$.