普通高等学校招生全国统一考试(新课标Ⅱ卷)

数学(文科)

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，共150分，考试时间120分钟．

第Ⅰ卷

一、选择题(本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1．已知集合$A=\{x|-1<x<2\}$,$B=\{x|0<x<3\}$,则$A\cup B=$ （ ）

A．$(-1,3)$ B．$(-1,0)$ C．$(0,2)$ D．$(2,3)$

【答案】A

【解析】

因为$A=\{x|-1<x<2\}$,$B=\{x|0<x<3\}$,所以$A\cup B=\{x|-1<x<3\}$.故选A.

考点：本题主要考查不等式基础知识及集合的交集运算.

2．若为a实数,且$\frac{2+ai}{1+i}=3+i$,则$a=$ （ ）

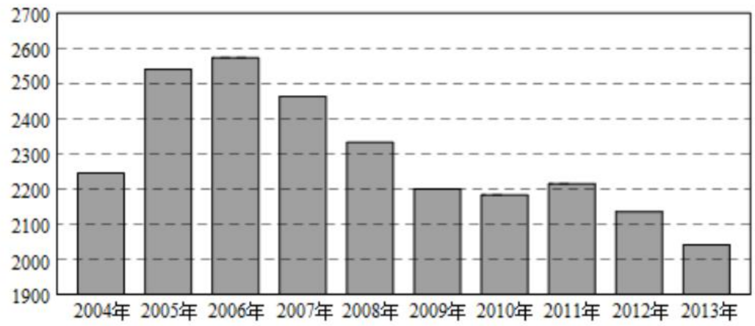
A．-4 B．-3 C．3 D．4

【答案】D

【解析】由题意可得$2+ai=(1+i)(3+i)=2+4i\Rightarrow a=4$,故选D.

考点：本题主要考查复数的乘除运算,及复数相等的概念.

3．根据下面给出的 2004 年至 2013 年我国二氧化碳年排放量（单位：万吨）柱形图,以下结论中不正确的是（ ）



A．逐年比较,2008 年减少二氧化碳排放量的效果最显著

B．2007 年我国治理二氧化碳排放显现成效

C．2006 年以来我国二氧化碳年排放量呈减少趋势

D．2006 年以来我国二氧化碳年排放量与年份正相关

【答案】 D

【解析】由柱形图可知 2006 年以来,我国二氧化碳排放量基本成递减趋势,所以二氧化碳排放量与年份负相关,故选 D.

考点：本题主要考查统计知识及对学生柱形图的理解

4．已知 $a=(1,-1)$, $b=(-1,2)$,则 $(2a+b)\cdot a=$ （ ）

A．-1 B．0 C．1 D．2

【答案】C

【解析】

试题分析：由题意可得$a^2=1+1=2$,$a\cdot b=-1-2=-3$，所以

$(2a+b)\cdot a=2a^2+a\cdot b=4-3=1$.故选 C.

考点：本题主要考查向量数量积的坐标运算.

5．设S_n是等差数列$\{a_n\}$的前n项和,若$a_1+a_3+a_5=3$,则$S_5=$ （ ）

A．5 B．7 C．9 D．11

【答案】A

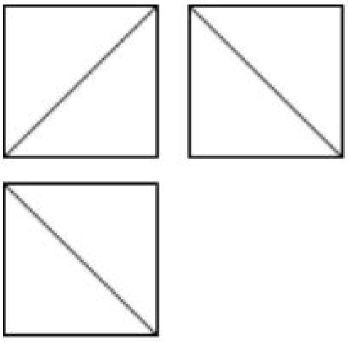
【解析】

试题解析：由$a_1+a_3+a_5=3a_3=3\Rightarrow a_3=1$,所有$S_5=\dfrac{5(a_1+a_5)}{2}=5a_3=5$.

故选 A.

考点：本题主要考查等差数列的性质及前 n 项和公式的应用.

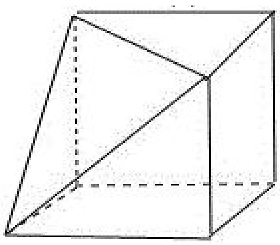
6．一个正方体被一个平面截去一部分后,剩余部分的三视图如下图,则截去部分体积与剩余部分体积的比值为（ ）



$A.\frac{1}{8}$ $B.\frac{1}{7}$ $C.\frac{1}{6}$ $D.\frac{1}{5}$

【答案】D

【解析】



试题分析：如图所示，截去部分是正方体的一个角,其体积是正方体体积的$\frac{1}{6}$,剩余部分体积是正方体体积的$\frac{5}{6}$,所以截去部分体积与剩余部分体积的比值为$\frac{1}{5}$,故选 D.

考点：本题主要考查三视图及几何体体积的计算.

7．已知三点$A(1,0),B(0,\sqrt{3}),C(2,\sqrt{3})$,则$\triangle ABC$外接圆的圆心到原点的距离为（ ）

$A.\frac{5}{3}$ $B.\frac{\sqrt{21}}{3}$ $C.\frac{2\sqrt{5}}{3}$ $D.\frac{4}{3}$

【答案】B

【解析】

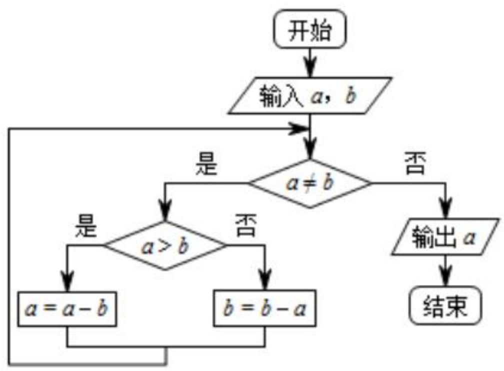
试题分析：$\triangle ABC$ 外接圆圆心在直线 BC 垂直平分线上即直线 $x=1$ 上,设圆心 D$(1,b)$,

由 DA=DB 得 $|b|=\sqrt{1+(b-\sqrt{3})^2}\Rightarrow b=\frac{2\sqrt{2}}{3}$,所以圆心到原点的距离

$d=\sqrt{1^2+\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{21}}{3}$. 故选 B.

考点：本题主要考查圆的方程的求法,及点到直线距离公式.

8．下边程序框图的算法思路来源于我国古代数学名著《九章算术》中的“更相减损术”，执行该程序框图,若输入的 a,b 分别为 14,18,则输出的 a 为（ ）



$A.0$ $B.2$ $C.4$ $D.14$

【答案】B

【解析】

试题分析：由题意可知输出的 a 是 18,14 的最大公约数 2,故选 B.

考点：本题主要考查程序框图及更相减损术.

9．已知等比数列$\{a_n\}$满足$a_1=\frac{1}{4}$,$a_3a_5=4(a_4-1)$,则$a_2=$ （ ）

$A.2$ $B.1$ $C.\frac{1}{2}$ $D.\frac{1}{8}$

【答案】C

【解析】

试题分析：由题意可得$a_3a_5=a_4^2=4(a_4-1)\Rightarrow a_4=2$,所以

$q^3=\frac{a_4}{a_1}=8\Rightarrow q=2$,故$a_2=a_1q=\frac{1}{2}$,选 C.

考点：本题主要考查等比数列性质及基本运算.

10．已知A,B是球O的球面上两点,$\angle AOB=90°$,C为该球面上的动点.若三棱锥$O-ABC$体积的最大值为 36,则球O的表面积为（ ）

A.36π B. 64π C.144π D. 256π

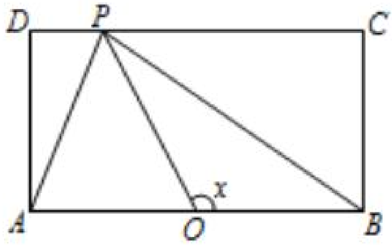
【答案】C

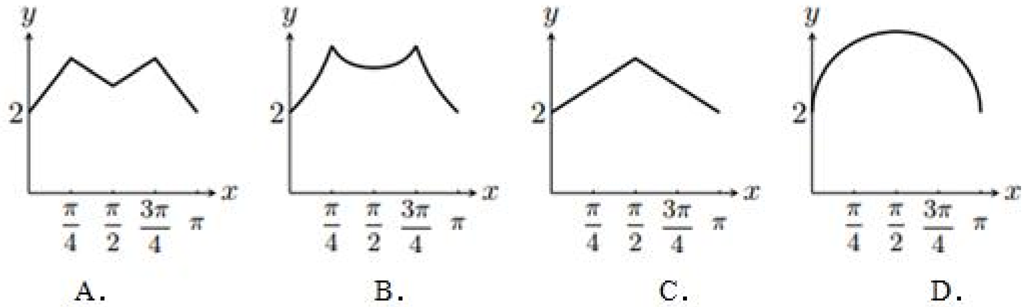
【解析】

试题分析：设球的半径为 R,则△AOB 面积为$\frac{1}{2}R^{2}$,三棱锥$O-ABC$ 体积最大时,C 到平面 AOB 距离最大且为 R,此时$V=\frac{1}{6}R^{3}=36\Rightarrow R=6$,所以球 O 的表面积$S=4\pi R^{2}=144\pi$.故选 C.

考点：本题主要考查球与几何体的切接问题及空间想象能力.

11．如图,长方形的边 AB=2,BC=1,O 是 AB 的中点,点 P 沿着边 BC,CD 与 DA 运动,记$\angle BOP=x$,将动点 P 到 A,B 两点距离之和表示为 x 的函数$f(x)$,则的图像大致为（ ）





【答案】B

【解析】

试题分析：由题意可得$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=2\sqrt{2},f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{5}+1\Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right)<f\left(\frac{\pi}{4}\right)$,由此可排除 C,D；当$0<x<\frac{\pi}{4}$时点$P$在边$BC$上，$PB=\tan x$，$PA=\sqrt{AB^2+PB^2}=\sqrt{4+\tan^2 x}$，所以$f(x)=\tan x+\sqrt{4+tan^2 x}$,可知$x\in\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$时图像不是线段,可排除 A,故选 B.

考点：本题主要考查函数的识图问题及分析问题解决问题的能力.

12．设函数$f(x)=ln(1+|x|)-\frac{1}{1+x^2}$,则使得$f(x)>f(2x-1)$成立的$x$的取值范围是（ ）

A．$\left(\frac{1}{3},1\right)$ B．$\left(-\infty,\frac{1}{3}\right)\cup(1,+\infty)$ C．$\left(-\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$

D．$\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{1}{3},+\infty\right)$

【答案】A

【解析】

试题分析：由$f(x)=ln(1+|x|)-\frac{1}{1+x^2}$可知$f(x)$是偶函数,且在$[0,+\infty)$是增函数,所以

$f(x)>f(2x-1)\Leftrightarrow f(|x|)>f(|2x-1|)\Leftrightarrow |x|>|2x-1|\Leftrightarrow x^2>(2x-1)^2\Leftrightarrow \frac{1}{3}<x<$

.故选 A.

考点：本题主要考查函数的奇偶性、单调性及不等式的解法.

第Ⅱ卷

二、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．把答案填在题中横线上)

13．已知函数$f(x)=ax^3-2x$的图像过点（-1,4）,则 a= ．

【答案】-2

【解析】

试题分析：由$f(x)=ax^3-2x$可得$f(-1)=-a+2=4\Rightarrow a=-2$ ．

考点：本题主要考查利用函数解析式求值.

14．若 x,y 满足约束条件$\begin{cases} x+y-5\le 0 \\ 2x-y-1\ge 0 \\ x-2y+1\le 0 \end{cases}$,则 z=2x+y 的最大值为 ．

【答案】8

【解析】

试题分析：不等式组$\begin{cases} x+y-5\le 0 \\ 2x-y-1\ge 0 \\ x-2y+1\le 0 \end{cases}$表示的可行域是以$(1,1),(2,3),(3,2)$为顶点的三角形区域,$z=2x+y$的最大值必在顶点处取得,经验算,$x=3,y=2$时$z_{\max}=8$.

考点：本题主要考查线性规划知识及计算能力.

15．已知双曲线过点$(4,\sqrt{3})$,且渐近线方程为$y=\pm\frac{1}{2}x$,则该双曲线的标准方程为 .

【答案】$\frac{x^2}{4}-y^2=1$

【解析】

试题分析：根据双曲线渐近线方程为$y=\pm\frac{1}{2}x$,可设双曲线的方程为$\frac{x^2}{4}-y^2=m$,把$(4,\sqrt{3})$代入$\frac{x^2}{4}-y^2=m$得$m=1$.所以双曲线的方程为$\frac{x^2}{4}-y^2=1$.

考点：本题主要考查双曲线几何性质及计算能力.

16．已知曲线$y=x+\ln x$在点$(1,1)$处的切线与曲线$y=ax^2+(a+2)x+1$相切,则 a= .

【答案】8

【解析】

试题分析:由$y'=1+\frac{1}{x}$可得曲线$y=x+\ln x$在点$(1,1)$处的切线斜率为 2,故切线方程为$y=2x-1$,与$y=ax^2+(a+2)x+1$ 联立得$ax^2+ax+2=0$,显然$a\neq 0$,所以由 $\Delta=a^2-8a=0\Rightarrow a=8$.

考点：本题主要考查导数的几何意义及直线与抛物线相切问题.

17．（本小题满分 12 分）$\triangle$ABC 中 D 是 BC 上的点,AD 平分$\angle$BAC,BD=2DC.

（Ⅰ）求$\frac{\sin\angle B}{\sin\angle C}$；

（Ⅱ）若$\angle BAC=60^\circ$,求$\angle B$.

【答案】（Ⅰ）$\frac{1}{2}$；（Ⅱ）30°.

【解析】

试题分析：（Ⅰ）利用正弦定理转化得：$\frac{\sin\angle B}{\sin\angle C}=\frac{DC}{BD}=\frac{1}{2}$.（Ⅱ）由诱导公式可得$\sin\angle C=\sin(\angle BAC+\angle B)=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\angle B+\frac{1}{2}\sin\angle B.$ 由（Ⅰ）知$2\sin\angle B=\sin\angle C$,

所以$\tan\angle B=\frac{\sqrt{3}}{3},\angle B=30^\circ.$

试题解析:(Ⅰ)由正弦定理得$\frac{AD}{\sin \angle B}=\frac{BD}{\sin \angle BAD}$,$\frac{AD}{\sin \angle C}=\frac{DC}{\sin \angle CAD}$, 因为 AD 平分∠BAC,BD=2DC,所以$\frac{\sin \angle B}{\sin \angle C}=\frac{DC}{BD}=\frac{1}{2}$..

(Ⅱ)因为$\angle C=180^\circ-(\angle BAC+\angle B)$,$\angle BAC=60^\circ$,

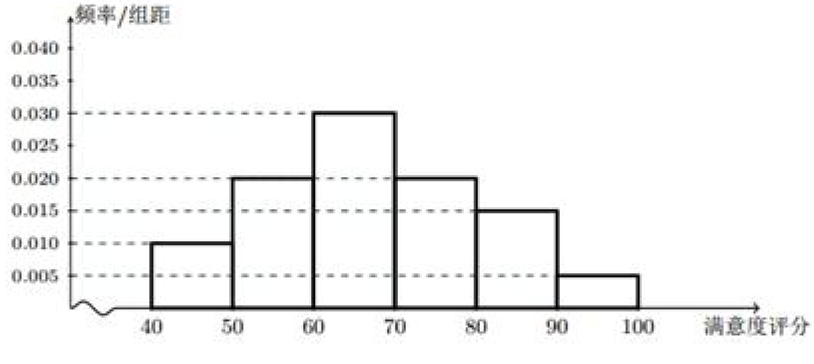
所以$\sin \angle C=\sin(\angle BAC+\angle B)=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos \angle B+\frac{1}{2}\sin \angle B$. 由(Ⅰ)知$2\sin \angle B=\sin \angle C$,

所以$\tan \angle B=\frac{\sqrt{3}}{3}$,$\angle B=30^\circ$.

考点:本题主要考查正弦定理及诱导公式的应用,意在考查考生的三角变换能力及运算能力.

18.(本小题满分 12 分)某公司为了了解用户对其产品的满意度,从 A,B 两地区分别随机调查了 40 个用户,根据用户对其产品的满意度的评分,得到 A 地区用户满意度评分的频率分布直方图和 B 地区用户满意度评分的频率分布表.

A 地区用户满意度评分的频率分布直方图

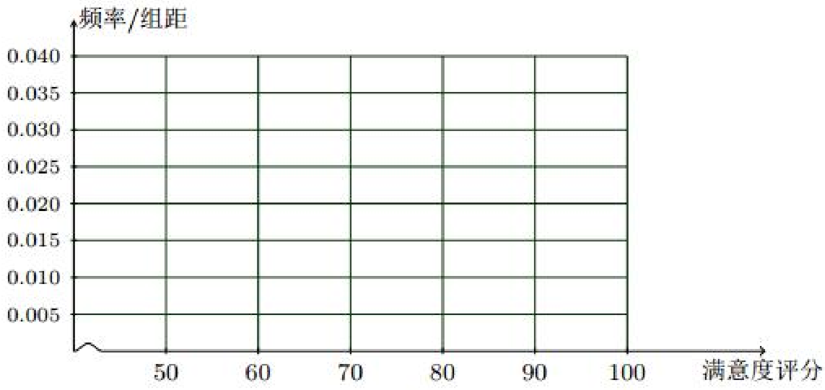


B 地区用户满意度评分的频率分布表

满意度评分分组	$[50,60)$	$[50,60)$	$[50,60)$	$[50,60)$	$[50,60)$
频数	2	8	14	10	6

（Ⅰ）在答题卡上作出 B 地区用户满意度评分的频率分布直方图,并通过此图比较两地区满意度评分的平均值及分散程度.（不要求计算出具体值,给出结论即可）

B 地区用户满意度评分的频率分布直方图



（Ⅱ）根据用户满意度评分,将用户的满意度评分分为三个等级：

满意度评分	低于 70 分	70 分到 89 分	不低于 90 分
满意度等级	不满意	满意	非常满意

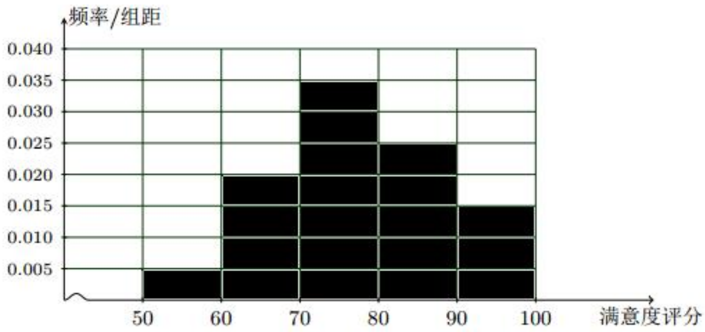
估计那个地区的用户的满意度等级为不满意的概率大,说明理由.

【答案】（Ⅰ）见试题解析（Ⅱ）A 地区的用户的满意度等级为不满意的概率大.

【解析】

试题分析：（Ⅰ）通过两地区用户满意度评分的频率分布直方图可以看出,B 地区用户满意度评分的平均值高于 A 地区用户满意度评分的平均值,B 地区用户满意度评分比较集中,而 A 地区用户满意度评分比较分散.（II）由直方图得 $P(C_A)$ 的估计值为 0.6,$P(C_B)$ 的估计值为 $0.25.$,所以 A 地区的用户的满意度等级为不满意的概率大.

试题解析：（Ⅰ）



通过两地区用户满意度评分的频率分布直方图可以看出,B 地区用户满意度评分的平均值高于 A 地区用户满意度评分的平均值,B 地区用户满意度评分比较集中,而 A 地区用户满意度评分比较分散.

（Ⅱ）A 地区的用户的满意度等级为不满意的概率大.

记 C_A 表示事件“A 地区的用户的满意度等级为不满意”；C_B 表示事件“B 地区的用户的满意度等级为不满意”.

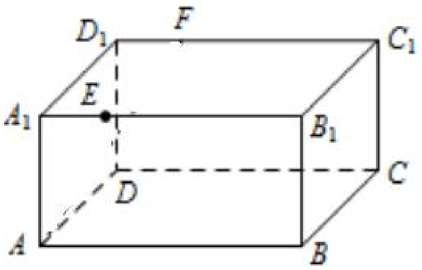
由直方图得 $P(C_A)$ 的估计值为 $(0.01+0.02+0.03)\times 10=0.6$,

$P(C_B)$ 的估计值为 $(0.005+0.02)\times 10=0.25.$,

所以 A 地区的用户的满意度等级为不满意的概率大.

考点：本题主要考查频率分布直方图及概率估计.

19.(本小题满分12分)如图,长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中AB=16,BC=10,$AA_1=8$,点E,F分别在AB_1,D_1C_1上,$A_1E=D_1F=4.$过点E,F的平面α与此长方体的面相交,交线围成一个正方形.



（Ⅰ）在图中画出这个正方形（不必说明画法与理由）;

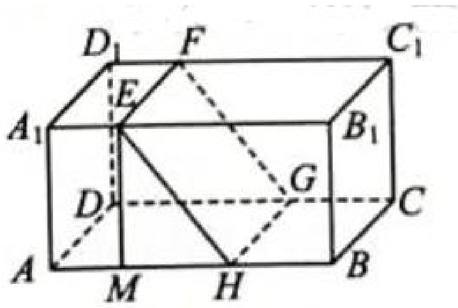
（Ⅱ）求平面α把该长方体分成的两部分体积的比值.

【答案】（Ⅰ）见试题解析（Ⅱ）$\frac{9}{7}$ 或$\frac{7}{9}$

【解析】

试题分析：（Ⅰ）分别在AB,CD上取H,G,使$AH=DG=10$；长方体被平面α 分成两个高为10的直棱柱,可求得其体积比值为$\frac{9}{7}$ 或$\frac{7}{9}$试题解析：

解：（Ⅰ）交线围成的正方形$EHGF$如图：



（Ⅱ）作$EM\perp AB$，垂足为 M,则$AM=A_1E=4$,$EB_1=12$,$EM=AA_1=8$,因为$EHGF$是正方形,所以$EH=EF=BC=10$,于是

$MH=\sqrt{EH^2-EM^2}=6,AH=10,HB=6.$ 因为长方体被平面α 分成两个高为10 的直棱柱,所以其体积比值为$\frac{9}{7}$ （$\frac{7}{9}$也正确）.

考点：本题主要考查几何体中的截面问题及几何体的体积的计算.

20．（本小题满分 12 分）已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$,点$(2,\sqrt{2})$在 C 上.

（Ⅰ）求 C 的方程;

（Ⅱ）直线 l 不经过原点 O,且不平行于坐标轴,l 与 C 有两个交点 A,B,线段 AB 中点为 M,证明：直线 OM 的斜率与直线 l 的斜率乘积为定值.

【答案】（Ⅰ）$\frac{x^2}{8^2}+\frac{y^2}{4^2}=1$ （Ⅱ）见试题解析

【解析】

试题分析：（Ⅰ）由$\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{4}{a^2}+\frac{2}{b^2}=1,$ 求得$a^2=8,b^2=4$,由此可得 C 的方程.（II）把直线方程与椭圆方程联立得$(2k^2+1)x^2+4kbx+2b^2-8=0.$,所以$x_M=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-2kb}{2k^2+1},y_M=kx_M+b=\frac{b}{2k^2+1},$ 于是

$k_{OM}=\frac{y_M}{x_M}=-\frac{1}{2k},\Rightarrow k_{OM}\cdot k=-\frac{1}{2}$.

试题解析：

解：（Ⅰ）由题意有$\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{4}{a^2}+\frac{2}{b^2}=1,$ 解得$a^2=8,b^2=4$,所以椭圆 C 的方程为$\frac{x^2}{8^2}+\frac{y^2}{4^2}=1$.

（Ⅱ）设直线

$l:y=kx+b\ (k\neq 0,b\neq 0)$,$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),M(x_M,y_M)$,把

$y=kx+b$ 代入$\frac{x^2}{8^2}+\frac{y^2}{4^2}=1$ 得$(2k^2+1)x^2+4kbx+2b^2-8=0.$故

$x_M=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-2kb}{2k^2+1},y_M=kx_M+b=\frac{b}{2k^2+1},$ 于是直线 OM 的斜率

$k_{OM}=\frac{y_M}{x_M}=-\frac{1}{2k},$ 即$k_{OM}\cdot k=-\frac{1}{2}$,所以直线 OM 的斜率与直线 l 的斜率乘积为定值.

考点：本题主要考查椭圆方程、直线与椭圆及计算能力、逻辑推理能力.

21．（本小题满分 12 分）已知$f(x)=\ln x+a(1-x)$.

（Ⅰ）讨论$f(x)$的单调性；

（Ⅱ）当$f(x)$有最大值,且最大值大于$2a-2$时,求 a 的取值范围.

【答案】（Ⅰ）$a\le 0$,$f(x)$在$(0,+\infty)$是单调递增；$a>0$,$f(x)$在$\left(0,\frac{1}{a}\right)$单调递增,在$\left(\frac{1}{a},+\infty\right)$单调递减；（Ⅱ）$(0,1)$.

【解析】

试题分析：（Ⅰ）由$f'(x)=\frac{1}{x}-a$,可分$a\le 0$,$a>0$两种情况来讨论；（Ⅱ）由（Ⅰ）知当$a\le 0$时$f(x)$在$(0,+\infty)$无最大值,当$a>0$时$f(x)$最大值为$f\left(\frac{1}{a}\right)=-\ln a+a-1.$因此$f\left(\frac{1}{a}\right)>2a-2\Leftrightarrow \ln a+a-1<0$.令$g(a)=\ln a+a-1$,则$g(a)$在$(0,+\infty)$是增函数,当$0<a<1$时,$g(a)<0$,当$a>1$时$g(a)>0$,因此 a 的取值范围是$(0,1)$.

试题解析：

（Ⅰ）$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$,$f'(x)=\frac{1}{x}-a$,若$a\le 0$,则$f'(x)>0$,$f(x)$在$(0,+\infty)$是单调递增；若$a>0$,则当$x\in\left(0,\frac{1}{a}\right)$时$f'(x)>0$,当

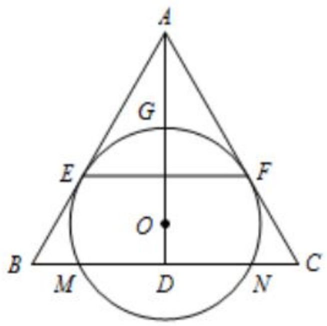
$x\in\left(\frac{1}{a},+\infty\right)$时$f'(x)<0$,所以$f(x)$在$\left(0,\frac{1}{a}\right)$单调递增,在$\left(\frac{1}{a},+\infty\right)$单调递减.

（Ⅱ）由（Ⅰ）知当$a\le 0$时$f(x)$在$(0,+\infty)$无最大值,当$a>0$时$f(x)$在$x=\frac{1}{a}$取得最大值,最大值为$f\left(\frac{1}{a}\right)=\ln\left(\frac{1}{a}\right)+a\left(1-\frac{1}{a}\right)=-\ln a+a-1.$因此$f\left(\frac{1}{a}\right)>2a-2\Leftrightarrow\ln a+a-1<0$.令$g(a)=\ln a+a-1$,则$g(a)$在$(0,+\infty)$是增函数,$g(1)=0$,于是,当$0<a<1$时,$g(a)<0$,当$a>1$时$g(a)>0$,因此 a 的取值范围是$(0,1)$.

考点：本题主要考查导数在研究函数性质方面的应用及分类讨论思想.

22．（本小题满分 10 分）选修 4-1：几何证明选讲

如图 O 是等腰三角形 ABC 内一点,圆 O 与△ABC 的底边 BC 交于 M,N 两点,与底边上的高交于点 G,且与 AB,AC 分别相切于 E,F 两点.



（Ⅰ）证明$EF\parallel BC$;

（Ⅱ）若 AG 等于圆 O 半径,且$AE=MN=2\sqrt{3}$,求四边形 EBCF 的面积.

【答案】（Ⅰ）见试题解析；（Ⅱ）$\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$

【解析】

试题分析：（Ⅰ）要证明$EF\parallel BC$，可证明$AD\perp BC, AD\perp EF$；（Ⅱ）先求出有关线段的长度,然后把四边形 EBCF 的面积转化为△ABC 和△AEF 面积之差来求.

试题解析：

（Ⅰ）由于△ABC 是等腰三角形,$AD\perp BC,$ 所以 AD 是$\angle CAB$的平分线,又因为圆 O 与 AB,AC 分别相切于 E,F,所以$AE=AF$,故$AD\perp EF$,所以$EF\parallel BC$.

（Ⅱ）由（Ⅰ）知$AE=AF$,$AD\perp EF$,故 AD 是 EF 的垂直平分线,又 EF 为圆 O 的弦,所以 O 在 AD 上,连接 OE,OF,则$OE\perp AE$,由 AG 等于圆 O 的半径得 AO=2OE,所以$\angle OAE=30^\circ$,因此,△ABC 和△AEF 都是等边三角形,,因为$AE=2\sqrt{3}$,所以$AO=4, OE=2,$ 因为$OM=OE=2,$ $DM=\dfrac{1}{2}MN=\sqrt{3},$ 所以 OD=1,于是 AD=5,$AB=\dfrac{10\sqrt{3}}{3},$ 所以四边形 DBCF 的面积为

$$\frac{1}{2}\times\left(\frac{10\sqrt{3}}{3}\right)^2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\times(2\sqrt{3})^2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{16\sqrt{3}}{3}.$$

考点：本题主要考查几何证明、四边形面积的计算及逻辑推理能力.

23．（本小题满分 10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系xOy中,曲线$C_1:\begin{cases}x=t\cos\alpha,\\ y=t\sin\alpha,\end{cases}$(t 为参数,且$t\neq0$ ）,其中$0\leq\alpha<\pi$,

在以 O 为极点,x 轴正半轴为极轴的极坐标系中,曲线

$C_2:\rho=2\sin\theta,C_3:\rho=2\sqrt{3}\cos\theta.$

（Ⅰ）求C_2与C_3交点的直角坐标;

（Ⅱ）若C_1与 C_2相交于点 A,C_1与C_3相交于点 B,求$|AB|$ 最大值.

【答案】（Ⅰ）$(0,0),\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2}\right)$; （Ⅱ）4.

【解析】

试题分析：（Ⅰ）把C_2与C_3的方程化为直角坐标方程分别为$x^2+y^2-2y=0$,$x^2+y^2-2\sqrt{3}x=0$,联立解方程组可得交点坐标；（Ⅱ）先确定曲线C_1极坐标方程为$\theta=\alpha(\rho\in R,\rho\neq0)$, 进一步求出点 A 的极坐标为$(2\sin\alpha,\alpha)$,点 B 的极坐标为$(2\sqrt{3}\cos\alpha,\alpha)$,,由此可得

$|AB|=|2\sin\alpha-2\sqrt{3}\cos\alpha|=4\left|\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{3}\right)\right|\leq4$.

试题解析：

解：（Ⅰ）曲线C_2的直角坐标方程为$x^2+y^2-2y=0$,曲线C_3的直角坐标方程为$x^2+y^2-2\sqrt{3}x=0$,联立两方程解得$\begin{cases}x=0\\y=0\end{cases}$或$\begin{cases}x=\frac{\sqrt{3}}{2}\\y=\frac{3}{2}\end{cases}$,所以$C_2$与$C_3$交点的直角坐标$(0,0),\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2}\right)$.

(Ⅱ)曲线C_1极坐标方程为$\theta=\alpha(\rho\in R,\rho\neq 0)$,其中$0\leq\alpha<\pi$,因此点 A 的极坐标为$(2\sin\alpha,\alpha)$,点 B 的极坐标为$(2\sqrt{3}\cos\alpha,\alpha)$,

所以$|AB|=|2\sin\alpha-2\sqrt{3}\cos\alpha|=4\left|\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{3}\right)\right|$,当$\alpha=\frac{5\pi}{6}$时$|AB|$取得最大值,最大值为 4.

考点：本题主要考查参数方程、直角坐标及极坐标方程的互化.圆的方程及三角函数的最值.

24．（本小题满分 10 分）选修 4-5：不等式证明选讲

设a,b,c,d均为正数,且$a+b=c+d$,证明:

（Ⅰ）若$ab>cd$,则$\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{c}+\sqrt{d}$;

(Ⅱ) $\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{c}+\sqrt{d}$是$|a-b|<|c-d|$的充要条件.

【答案】

【解析】

试题分析：（Ⅰ）由$a+b=c+d$及$ab>cd$,可证明$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2>(\sqrt{c}+\sqrt{d})^2$，开方即得$\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{c}+\sqrt{d}$.（Ⅱ）本小题可借助第一问的结论来证明,但要分必要性与充分性来证明.

试题解析：

解：（Ⅰ）因为$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=a+b+2\sqrt{ab}$，$(\sqrt{c}+\sqrt{d})^2=c+d+2\sqrt{cd}$，

由题设$a+b=c+d$，$ab>cd$，得$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2>(\sqrt{c}+\sqrt{d})^2$，因此$\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{c}+\sqrt{d}$.

（Ⅱ）（i）若$|a-b|<|c-d|$，则$(a-b)^2<(c-d)^2$，即$(a+b)^2-4ab<(c+d)^2-4cd$，因为$a+b=c+d$，所以$ab>cd$，由（Ⅰ）得$\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{c}+\sqrt{d}$.

（ii）若$\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{c}+\sqrt{d}$，则$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2>(\sqrt{c}+\sqrt{d})^2$，即$a+b+2\sqrt{ab}>c+d+2\sqrt{cd}$，因为$a+b=c+d$，所以$ab>cd$，

于是$(a-b)^2=(a+b)^2-4ab<(c+d)^2-4cd=(c-d)^2$，因此$|a-b|<|c-d|$，综上$\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{c}+\sqrt{d}$是$|a-b|<|c-d|$的充要条件.

考点：本题主要考查不等式证明及充分条件与必要条件.