绝密★启用前

2017年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

数学（文史类）

本试卷分为第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共150分，考试用时120分钟。第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至5页。

答卷前，考生务必将自己的姓名、准考号填写在答题考上，并在规定位置粘贴考试用条形码。答卷时，考生务必将答案涂写在答题卡上，答在试卷上的无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利！

第Ⅰ卷

注意事项：

1.每小题选出答案后，用铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。

2.本卷共8小题，每小题5分，共40分。

参考公式：

•如果事件 A，B 互斥，那么 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.

•棱柱的体积公式 $V=Sh$. 其中 S 表示棱柱的底面面积，h 表示棱柱的高.

•球的体积公式 $V=\frac{4}{3}\pi R^3$.其中 R 表示球的半径.

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

（1）设集合 $A=\{1,2,6\},B=\{2,4\},C=\{1,2,3,4\}$，则 $(A\bigcup B)\bigcap C=$

（A）$\{2\}$（B）$\{1,2,4\}$（C）$\{1,2,4,6\}$（D）$\{1,2,3,4,6\}$

（2）设 $x\in\mathbf{R}$，则“$2-x\geq 0$”是“$|x-1|\leq 1$”的

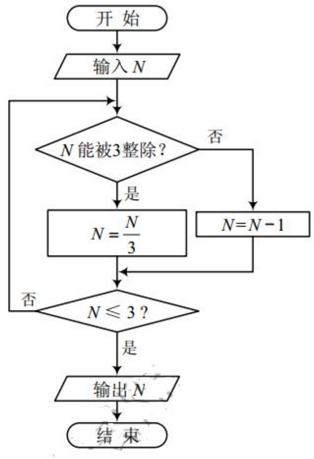
（A）充分而不必要条件（B）必要而不充分条件

（C）充要条件（D）既不充分也不必要条件

（3）有5支彩笔（除颜色外无差别），颜色分别为红、黄、蓝、绿、紫.从这5支彩笔中任取2支不同颜色的彩笔，则取出的2支彩笔中含有红色彩笔的概率为

（A）$\frac{4}{5}$（B）$\frac{3}{5}$（C）$\frac{2}{5}$（D）$\frac{1}{5}$

（4）阅读右面的程序框图，运行相应的程序，若输入 N 的值为19，则输出 N 的值为



（A）0 （B）1（C）2（D）3

（5）已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左焦点为$F$，点$A$在双曲线的渐近线上，$\triangle OAF$是边长为2的等边三角形（$O$为原点），则双曲线的方程为

（A）$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$（B）$\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{4}=1$（C）$\frac{x^2}{3}-y^2=1$（D）$x^2-\frac{y^2}{3}=1$

（6）已知奇函数$f(x)$在$\mathbf{R}$上是增函数.若$a=-f(\log_2\frac{1}{5}),b=f(\log_2 4.1),c=f(2^{0.8})$，则$a,b,c$的大小关系为

（A）$a<b<c$（B）$b<a<c$（C）$c<b<a$（D）$c<a<b$

（7）设函数$f(x)=2\sin(\omega x+\varphi),x\in\mathbf{R}$，其中$\omega>0,|\varphi|<\pi$.若$f(\frac{5\pi}{8})=2,f(\frac{11\pi}{8})=0,$且$f(x)$的最小正周期大于$2\pi$，则

（A）$\omega=\frac{2}{3},\varphi=\frac{\pi}{12}$（B）$\omega=\frac{2}{3},\varphi=-\frac{11\pi}{12}$（C）$\omega=\frac{1}{3},\varphi=-\frac{11\pi}{24}$（D）$\omega=\frac{1}{3},\varphi=\frac{7\pi}{24}$

（8）已知函数$f(x)=\begin{cases}|x|+2,x<1,\\ x+\frac{2}{x},x\geq 1.\end{cases}$设$a\in\mathbf{R}$，若关于$x$的不等式$f(x)\geq|\frac{x}{2}+a|$在$\mathbf{R}$上恒成立，则$a$的取值范围是

（A）$[-2,2]$（B）$[-2\sqrt{3},2]$（C）$[-2,2\sqrt{3}]$（D）$[-2\sqrt{3},2\sqrt{3}]$

第Ⅱ卷

注意事项：

1．用黑色墨水的钢笔或签字笔将答案写在答题卡上。

2．本卷共12小题，共110分。

二. 填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分.

（9）已知 $a \in \mathbf{R}$，i 为虚数单位，若 $\dfrac{a-\mathrm{i}}{2+\mathrm{i}}$ 为实数，则 a 的值为 .

（10）已知 $a \in \mathbf{R}$，设函数 $f(x)=ax-\ln x$ 的图象在点（1，$f(1)$）处的切线为 l，则 l 在 y 轴上的截距为 .

（11）已知一个正方体的所有顶点在一个球面上，若这个正方体的表面积为 18，则这个球的体积为 .

（12）设抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F，准线为 l.已知点 C 在 l 上，以 C 为圆心的圆与 y 轴的正半轴相切于点 A.若 $\angle FAC=120°$，则圆的方程为 .

（13）若 a，$b \in \mathbf{R}$，$ab>0$，则 $\dfrac{a^4+4b^4+1}{ab}$ 的最小值为 .

（14）在△ABC 中，$\angle A=60°$，AB=3，AC=2.若 $\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$（$\lambda \in \mathbf{R}$），且 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AE}=-4$，则 λ 的值为 .

三. 解答题：本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

（15）（本小题满分 13 分）

在△ABC 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c.已知 $a\sin A=4b\sin B$，$ac=\sqrt{5}(a^2-b^2-c^2)$.

（I）求 $\cos A$ 的值；

（II）求 $\sin(2B-A)$ 的值.

（16）（本小题满分 13 分）

电视台播放甲、乙两套连续剧，每次播放连续剧时，需要播放广告.已知每次播放甲、乙两套连续剧时，连续剧播放时长、广告播放时长、收视人次如下表所示：

	连续剧播放时长（分钟）	广告播放时长（分钟）	收视人次（万）
甲	70	5	60
乙	60	5	25

已知电视台每周安排的甲、乙连续剧的总播放时间不多于 600 分钟，广告的总播放时间不少于 30 分钟，且甲连续剧播放的次数不多于乙连续剧播放次数的 2 倍.分别用 x，y 表示每周计划播出的甲、乙两套连续剧的次数.

（I）用 x，y 列出满足题目条件的数学关系式，并画出相应的平面区域；

（II）问电视台每周播出甲、乙两套连续剧各多少次，才能使收视人次最多？

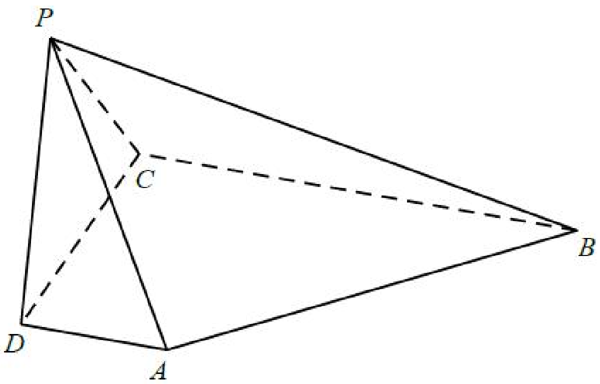
（17）（本小题满分 13 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$AD\perp$ 平面 PDC，$AD/\!/BC$，$PD\perp PB$，$AD=1$，$BC=3$，$CD=4$，$PD=2$.

（I）求异面直线 AP 与 BC 所成角的余弦值；

（II）求证：$PD\perp$平面PBC；

（III）求直线AB与平面PBC所成角的正弦值.



（18）（本小题满分 13 分）

已知$\{a_n\}$为等差数列，前n项和为$S_n(n\in\mathbf{N}^*)$，$\{b_n\}$是首项为 2 的等比数列，且公比大于 0，

$b_2+b_3=12, b_3=a_4-2a_1, S_{11}=11b_4$.

（Ⅰ）求$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）求数列$\{a_{2n}b_n\}$的前n项和$(n\in\mathbf{N}^*)$.

（19）（本小题满分 14 分）

设$a,b\in\mathbf{R}$，$|a|\le 1$.已知函数$f(x)=x^3-6x^2-3a(a-4)x+b$，$g(x)=\mathrm{e}^x f(x)$.

（Ⅰ）求$f(x)$的单调区间；

（Ⅱ）已知函数$y=g(x)$和$y=\mathrm{e}^x$的图象在公共点（x_0，y_0）处有相同的切线，

（i）求证：$f(x)$在$x=x_0$处的导数等于 0；

（ii）若关于x的不等式$g(x)\le \mathrm{e}^x$在区间$[x_0-1,x_0+1]$上恒成立，求b的取值范围.

（20）（本小题满分 14 分）

已知椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左焦点为$F(-c,0)$，右顶点为$A$，点$E$的坐标为$(0,c)$，$\triangle EFA$的面积为$\dfrac{b^2}{2}$.

（I）求椭圆的离心率；

（II）设点Q在线段AE上，$|FQ|=\dfrac{3}{2}c$，延长线段FQ与椭圆交于点P，点M，N在x轴上，$PM\,//\,QN$，

且直线 PM 与直线 QN 间的距离为 c，四边形 $PQNM$ 的面积为 $3c$.

（i）求直线 FP 的斜率；

（ii）求椭圆的方程.