绝密★启用前

2017年普通高等学校招生全国统一考试（山东卷）

文科数学试题参考答案

一、选择题

(1) C	(2) A	(3) D	(4) D	(5) B
(6) B	(7) C	(8) A	(9) C	(10) A

二、填空题

（11）-3

（12）8

（13）$2+\frac{\pi}{2}$

（14）6

（15）$y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$

三、解答题

（16）

解：（Ⅰ）由题意知，从6个国家里任选两个国家，其一切可能的结果组成的基本事件有：

$(A_1,A_2),(A_1,A_3),(A_2,A_3),(A_1,B_1),(A_1,B_2),(A_1,B_3),(A_2,B_1),(A_2,B_2),(A_2,B_3),$

$(A_3,B_1),(A_3,B_2),(A_3,B_3),(B_1,B_2),(B_1,B_3),(B_2,B_3),$共15个，

所选两个国家都是亚洲国家的事件所包含的基本事件有：

$(A_1,A_2),(A_1,A_3),(A_2,A_3),$共3个，

则所求事件的概率为：$P(A)=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$.

（Ⅱ）从亚洲国家和欧洲国家中各任选一个，其一切可能的结果组成的基本事件有：

$(A_1,B_1),(A_1,B_2),(A_1,B_3),(A_2,B_1),(A_2,B_2),(A_2,B_3),(A_3,B_1),(A_3,B_2),(A_3,B_3),$共9个，

包括A_1但不包括B_1的事件所包含的基本事件有：$(A_1,B_2),(A_1,B_3),$共2个.

则所求事件的概率为：$P=\frac{2}{9}$.

（17）

解：因为$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-6$，所以$bc\cos A=-6$，

又 $S_{\Delta ABC}=3$，所以$bc\sin A=6$，

因此$\tan A=-1$， 又$0<A<\pi$

所以$A=\dfrac{3\pi}{4}$，又$b=3$，所以$c=2\sqrt{2}$.

由余弦定理$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

得$a^2=9+8-2\times3\times2\sqrt{2}\times(-\dfrac{\sqrt{2}}{2})=29$，

所以$a=\sqrt{29}$

（18）

证明：

（Ⅰ）取B_1D_1中点O_1，连接CO_1,A_1O_1，由于$ABCD-A_1B_1C_1D_1$为四棱柱，

所以$A_1O_1//CO$,$A_1O_1=CO$ ，

因此四边形A_1OCO_1为平行四边形，

所以$A_1O//O_1C$，

又$O_1C\subset$平面B_1CD_1，$A_1O\not\subset$平面B_1CD_1，

所以$A_1O//$平面B_1CD_1，

（Ⅱ）因为 $AC\perp BD$，E,M 分别为 AD 和 OD 的中点，

所以$EM\perp BD$,

又 $A_1E\perp$面$ABCD$，$BD\subset$平面$ABCD$

所以$A_1E\perp BD$,

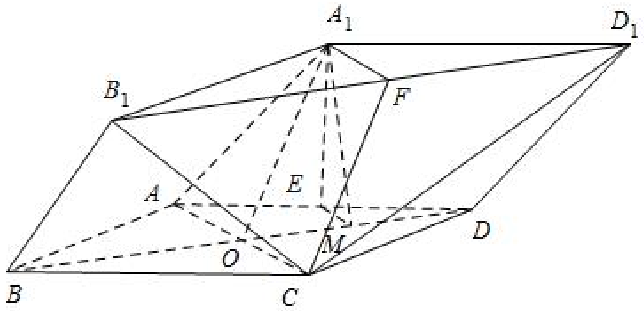
因为 $B_1D_1//BD$

所以$EM\perp B_1D_1$，$A_1E\perp B_1D_1$

又 A_1E, EM$\subset$平面A_1EM，$A_1E\cap EM=E$

所以$B_1D_1\perp$平面A_1EM，又$B_1D_1\subset$平面B_1CD_1，

所以 平面 $A_1EM \perp$ 平面 B_1CD_1。



（19）

解：（Ⅰ）设数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，由题意知，$a_1(1+q)=6, a_1^2 q = a_1 q^2$.

又 $a_n > 0$，

解得 $a_1 = 2, q = 2$，

所以 $a_n = 2^n$.

（Ⅱ）由题意知 $S_{2n+1} = \dfrac{(2n+1)(b_1 + b_{2n+1})}{2} = (2n+1) \cdot b_{n+1}$

$S_{2n+1} = b_n b_{n+1}, b_{n+1} \neq 0,$

所以 $b_n = 2n+1$,

令 $c_n = \dfrac{b_n}{a_n}.$,

则 $c_n = \dfrac{2n+1}{2^n}$

因此

$$T_n = c_1 + c_2 + \ldots\ldots + c_n$$
$$= \frac{3}{2} + \frac{5}{2^2} + \frac{7}{2^3} + \cdots + \frac{2n-1}{2^{n-1}} + \frac{2n+1}{2^n},$$

又 $\dfrac{1}{2}T_n = \dfrac{3}{2^2} + \dfrac{5}{2^3} + \dfrac{7}{2^5} + \cdots + \dfrac{2n-1}{2^n} + \dfrac{2n+1}{2^{n+1}}$,

两式相减得 $\dfrac{1}{2}T_n = \dfrac{3}{2} + \left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2^2} + \cdots + \dfrac{1}{2^{n-1}}\right) - \dfrac{2n+1}{2^{n+1}}$

所以 $T_n = 5 - \dfrac{2n+5}{2^n}$.

（20）

解：（Ⅰ）由题意 $f'(x)=x^2-ax$，

所以，当 $a=2$ 时，$f(3)=0$，$f'(x)=x^2-2x$，

所以 $f'(3)=3$，

因此，曲线 $y=f(x)$ 在点 $(3,f(3))$ 处的切线方程是 $y=3(x-3)$，

即 $3x-y-9=0$.

（Ⅱ）因为 $g(x)=f(x)+(x-a)\cos x-\sin x$，

所以 $g'(x)=f'(x)+\cos x-(x-a)\sin x-\cos x$

$=x(x-a)-(x-a)\sin x$

$=(x-a)(x-\sin x)$，

令 $h(x)=x-\sin x$，

则 $h'(x)=1-\cos x\geq 0$，

所以 $h(x)$ 在 R 上单调递增.

因为 $h(0)=0$.

所以 当 $x>0$ 时，$h(x)>0$；

当 $x<0$ 时，$h(x)<0$.

（1）当 $a<0$ 时，$g'(x)=(x-a)(x-\sin x)$，

当 $x\in(-\infty,a)$ 时，$x-a<0$，$g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增；

当 $x\in(a,0)$ 时，$x-a>0$，$g'(x)<0$，$g(x)$ 单调递减；

当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$x-a>0$，$g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增.

所以，当 $x=a$ 时，$g(x)$ 取到极大值，极大值是 $g(a)=-\frac{1}{6}a^3-\sin a$，

当 $x=0$ 时，$g(x)$ 取到极小值，极小值是 $g(0)=-a$.

（2）当 $a=0$ 时，$g'(x)=x(x-\sin x)$，

当 $x\in(-\infty,+\infty)$ 时，$g'(x)\geq 0$，$g(x)$ 单调递增；

所以，$g(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上单调递增，$g(x)$ 无极大值也无极小值.

（3）当$a>0$时，$g^{'}(x)=(x-a)(x-\sin x)$，

当$x\in(-\infty,0)$时，$x-a<0$，$g^{'}(x)>0$，$g(x)$单调递增；

当$x\in(0,a)$时，$x-a<0$，$g^{'}(x)<0$，$g(x)$单调递减；

当$x\in(a,+\infty)$时，$x-a>0$，$g^{'}(x)>0$，$g(x)$单调递增.

所以，当$x=0$时，$g(x)$取到极大值，极大值是$g(0)=-a$；

当$x=a$时，$g(x)$取到极小值，极小值是$g(a)=-\frac{1}{6}a^3-\sin a$.

综上所述：

当$a<0$时，函数$g(x)$在$(-\infty,a)$和$(0,+\infty)$上单调递增，在$(a,0)$上单调递减，函数既有极大值，又有极小值，极大值是$g(a)=-\frac{1}{6}a^3-\sin a$，极小值是$g(0)=-a$.

当$a=0$时，函数$g(x)$在$(-\infty,+\infty)$上单调递增，无极值；

当$a>0$时，函数$g(x)$在$(-\infty,0)$和$(a,+\infty)$上单调递增，在$(0,a)$上单调递减，函数既有极大值，又有极小值，极大值是$g(0)=-a$，极小值是$g(a)=-\frac{1}{6}a^3-\sin a$.

（21）

解：（Ⅰ） 由椭圆的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，得$a^2=2(a^2-b^2)$，

又当 y=1 时，$x^2=a^2-\frac{a^2}{b^2}$，得$a^2-\frac{a^2}{b^2}=2$，

所以$a^2=4$，$b^2=2$.

因此椭圆方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$.

(II) 设$A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$.

联立方程$\begin{cases} y=kx+m, \\ x^2+2y^2=4, \end{cases}$

得$(2kx^2+1)x^2+4kmx+2m^2-4=0$，

（Ⅱ）设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，

联立方程$\begin{cases} y = kx+m \\ x^2+2y^2=4 \end{cases}$

得$(2k^2+1)x^2+4kmx+2m^2-4=0$，

由$\Delta>0$　得$m^2<4k^2+2$　　　　　（*）

且$x_1+x_2=\frac{4km}{2k^2+1}$　，

因此$y_1+y_2=\frac{2m}{2k^2+1}$　，

所以$D(-\frac{2km}{2k^2+1},\frac{m}{2k^2+1})$　，

又$N(0,-m)$　，

所以$|ND|^2=(-\frac{2km}{2k^2+1})^2+(\frac{m}{2k^2+1}+m)^2$

整理得：$|ND|^2=\frac{4m^2(1+3k^2+k^4)}{(2k^2+1)^2}$　，

因为$|NF|=|m|$

所以$\frac{|ND|^2}{|NF|^2}=\frac{4(k^4+3k^2+1)}{(2k^2+1)^2}=1+\frac{8k^2+3}{(2k^2+1)^2}$

令$t=8k^2+3,t\geq 3$

故$2k^2+1=\frac{t+1}{4}$

所以$\frac{|ND|^2}{|NF|^2}=1+\frac{16t}{(1+t)^2}=1+\frac{16}{t+\frac{1}{t}+2}$

令　$y=t+\frac{1}{t}$,所以$y'=1-\frac{1}{t^2}$

当　$t\geq 3$时，$y'>0$

从而$y=t+\frac{1}{t}$在$[3,+\infty)$上单调递增，

因此$y=t+\frac{1}{t}\geq\frac{10}{3}$

等号当且仅当$t=3$时成立，此时$k=0$

所以　$\frac{|ND|^2}{|NF|^2}\leq 1+3=4$

由（*）得 $-\sqrt{2}<m<\sqrt{2}$ 且 $m\neq 0$，

故 $\dfrac{|ND|}{|NF|}\geq\dfrac{1}{2}$，

设 $\angle EDF=2\theta$，

则 $\sin\theta=\dfrac{|NF|}{|ND|}\geq\dfrac{1}{2}$ ，

所以 θ 得最小值为 $\dfrac{\pi}{6}$.

从而 $\angle EDF$ 的最小值为 $\dfrac{\pi}{3}$，此时直线 l 的斜率时 0.

综上所述：当 $k=0$，$m\in(-\sqrt{2},0)\cup(0,\sqrt{2})$ 时，$\angle EDF$ 取得最小值为 $\dfrac{\pi}{3}$.