

## 2017年普通高等学校招生全国统一考试（山东卷）

### 文科数学

本试卷分第 I 卷和第 II 卷两部分，共 4 页。满分 150 分。考试用时 120 分钟。

考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必用 0.5 毫米黑色签字笔将自己的姓名、座号、考生号、县区和科类填写在答题卡和试卷规定的位置上。
2. 第 I 卷每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。答案写在试卷上无效。
3. 第 II 卷必须用 0.5 毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置，不能写在试卷上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不能使用涂改液、胶带纸、修正带。不按以上要求作答的答案无效。
4. 填空题请直接填写答案，解答题应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

参考公式：

如果事件 A, B 互斥，那么  $P(A+B) = P(A) + P(B)$

### 第 I 卷（共 50 分）

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) 设集合  $M = \{x \mid |x-1| < 1\}$ ,  $N = \{x \mid x < 2\}$ , 则  $M \cap N =$

(A)  $(-1, 1)$       (B)  $(-1, 2)$       (C)  $(0, 2)$       (D)  $(1, 2)$

(2) 已知  $i$  是虚数单位，若复数  $z$  满足  $zi = 1+i$ , 则  $z^2 =$

(A)  $-2i$       (B)  $2i$       (C)  $-2$       (D)  $2$

(3) 已知  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x-2y+5 \leq 0 \\ x+3 \geq 0 \\ y \leq 2 \end{cases}$ , 则  $z=x+2y$  的最大值是

(A)  $-3$       (B)  $-1$       (C)  $1$       (D)  $3$

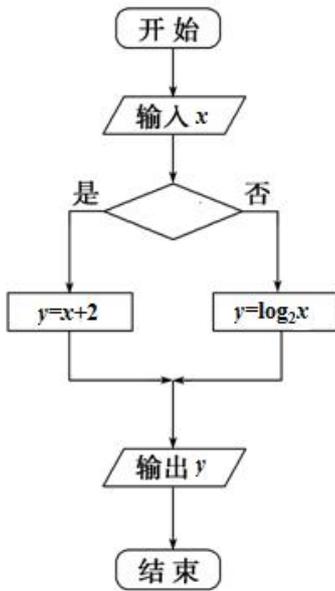
(4) 已知  $\cos x = \frac{3}{4}$ , 则  $\cos 2x =$

- (A)  $-\frac{1}{4}$       (B)  $\frac{1}{4}$       (C)  $-\frac{1}{8}$       (D)  $\frac{1}{8}$

(5) 已知命题  $p: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 - x + 1 \geq 0$ ; 命题  $q: \text{若 } a^2 < b^2, \text{则 } a < b$ . 下列命题为真命题的是

- (A)  $p \wedge q$       (B)  $p \wedge \neg q$       (C)  $\neg p \wedge q$       (D)  $\neg p \wedge \neg q$

(6) 执行右侧的程序框图, 当输入的  $x$  的值为 4 时, 输出的  $y$  的值为 2, 则空白判断框中的条件可能为



- (A)  $x > 3$       (B)  $x > 4$       (C)  $x \leq 4$       (D)  $x \leq 5$

(7) 函数  $y = \sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x$  最小正周期为

- (A)  $\frac{\pi}{2}$       (B)  $\frac{2\pi}{3}$       (C)  $\pi$       (D)  $2\pi$

(8) 如图所示的茎叶图记录了甲、乙两组各 5 名工人某日的产量数据 (单位: 件). 若这两组数据的中位数相等, 且平均值也相等, 则  $x$  和  $y$  的值分别为

- (A) 3, 5      (B) 5, 5      (C) 3, 7      (D) 5, 7

甲组		茎	乙组	
6	5	9		
2	5	6	1	7 y
x	4	7	8	

(9) 设  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & 0 < x < 1 \\ 2(x-1), & x \geq 1 \end{cases}$ , 若  $f(a) = f(a+1)$ , 则  $f\left(\frac{1}{a}\right) =$

- (A) 2      (B) 4      (C) 6      (D) 8

(10) 若函数  $e^x f(x)$  ( $e=2.71828\cdots$ , 是自然对数的底数) 在  $f(x)$  的定义域上单调递增, 则称函数  $f(x)$  具有  $M$  性质, 下列函数中具有  $M$  性质的是

- (A)  $f(x) = 2^{-x}$       (B)  $f(x) = x^2$       (C)  $f(x) = 3^{-x}$       (D)  $f(x) = \cos x$

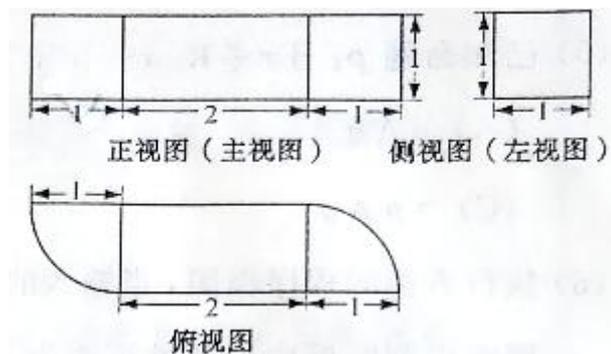
## 第 II 卷 (共 100 分)

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分

(11) 已知向量  $a = (2, 6)$ ,  $b = (-1, \lambda)$ , 若  $a \parallel b$ , 则  $\lambda =$  \_\_\_\_\_.

(12) 若直线  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 过点  $(1, 2)$ , 则  $2a + b$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

(13) 由一个长方体和两个  $\frac{1}{4}$  圆柱构成的几何体的三视图如右图, 则该几何体的体积为 \_\_\_\_\_.



(14) 已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数, 且  $f(x+4) = f(x-2)$ . 若当  $x \in [-3, 0]$  时,  $f(x) = 6^{-x}$ , 则  $f(919) =$  \_\_\_\_\_.

(15) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的右支与焦点为  $F$  的抛物线

$x^2 = 2py$  ( $p > 0$ ) 交于  $A, B$  两点, 若  $|AF| + |BF| = 4|OF|$ , 则该双曲线的渐近线方程为 \_\_\_\_\_.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 75 分.

(16) (本小题满分 12 分) 某旅游爱好者计划从 3 个亚洲国家  $A_1, A_2, A_3$  和 3 个欧洲国家  $B_1, B_2, B_3$  中选择 2 个国家去旅游.

(I) 若从这 6 个国家中任选 2 个, 求这 2 个国家都是亚洲国家的概率;

(II) 若从亚洲国家和欧洲国家中各任选 1 个, 求这 2 个国家包括  $A_1$  但不包括  $B_1$  的概率.

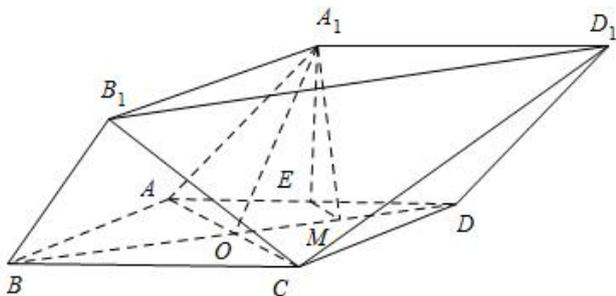
(17) (本小题满分 12 分) 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $b=3, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -6, S_{\triangle ABC} = 3$ , 求  $A$  和  $a$ .

(18) (本小题满分 12 分) 由四棱柱  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  截去三棱锥  $C_1-B_1CD_1$  后得到的几何体如图所示, 四边

形  $ABCD$  为正方形,  $O$  为  $AC$  与  $BD$  的交点,  $E$  为  $AD$  的中点,  $A_1E \perp$  平面  $ABCD$ ,

(I) 证明:  $A_1O \parallel$  平面  $B_1CD_1$ ;

(II) 设  $M$  是  $OD$  的中点, 证明: 平面  $A_1EM \perp$  平面  $B_1CD_1$ .



19. (本小题满分 12 分) 已知  $\{a_n\}$  是各项均为正数的等比数列, 且  $a_1 + a_2 = 6, a_1 a_2 = a_3$ .

(I) 求数列  $\{a_n\}$  通项公式;

(II)  $\{b_n\}$  为各项非零的等差数列, 其前  $n$  项和  $S_n$ , 已知  $S_{2n+1} = b_n b_{n+1}$ , 求数列  $\left\{ \frac{b_n}{a_n} \right\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

20. (本小题满分 13 分) 已知函数  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}ax^2, a \in \mathbf{R}$ .

(I) 当  $a=2$  时, 求曲线  $y = f(x)$  在点  $(3, f(3))$  处的切线方程;

(II) 设函数  $g(x) = f(x) + (x-a)\cos x - \sin x$ , 讨论  $g(x)$  的单调性并判断有无极值, 有极值时求出极值.

21. (本小题满分 14 分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的离心率为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 椭圆  $C$

截直线  $y=1$  所得线段的长度为  $2\sqrt{2}$ .

(I) 求椭圆  $C$  的方程;

(II) 动直线  $l: y=kx+m (m \neq 0)$  交椭圆  $C$  于  $A, B$  两点, 交  $y$  轴于点  $M$ . 点  $N$  是  $M$  关于  $O$  的对称点,  $\odot N$  的半径为  $|NO|$ .

设  $D$  为  $AB$  的中点,  $DE, DF$  与  $\odot N$  分别相切于点  $E, F$ , 求  $\angle EDF$  的最小值.

