

绝密★启用前

2017年普通高等学校招生全国统一考试（新课标III）

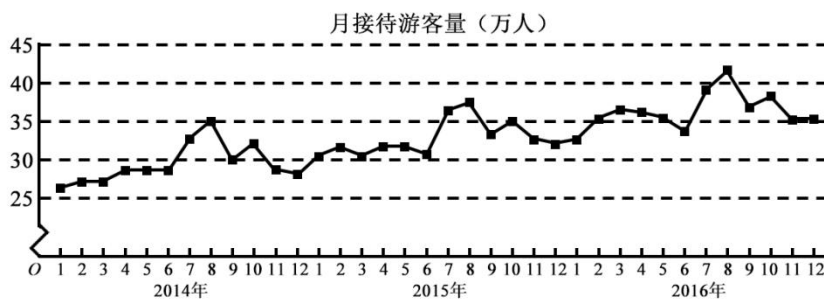
文科数学

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{1,2,3,4\}$ ， $B=\{2,4,6,8\}$ ，则 $A \cap B$ 中元素的个数为
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
2. 复平面内表示复数 $z=i(-2+i)$ 的点位于
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 某城市为了解游客人数的变化规律，提高旅游服务质量，收集并整理了 2014 年 1 月至 2016 年 12 月期间月接待游客量（单位：万人）的数据，绘制了下面的折线图。



根据该折线图，下列结论错误的是

- A. 月接待游客逐月增加
 - B. 年接待游客量逐年增加
 - C. 各年的月接待游客量高峰期大致在 7,8 月
 - D. 各年 1 月至 6 月的月接待游客量相对于 7 月至 12 月，波动性更小，变化比较平稳
4. 已知 $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{4}{3}$ ，则 $\sin 2\alpha =$

A. $-\frac{7}{9}$

B. $-\frac{2}{9}$

C. $\frac{2}{9}$

D. $\frac{7}{9}$

5. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 3x+2y-6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$, 则 $z=x-y$ 的取值范围是

A. $[-3,0]$

B. $[-3,2]$

C. $[0,2]$

D. $[0,3]$

6. 函数 $f(x)=\frac{1}{5}\sin(x+\frac{\pi}{3})+\cos(x-\frac{\pi}{6})$ 的最大值为

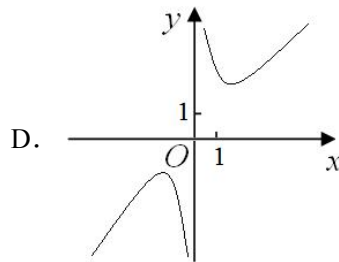
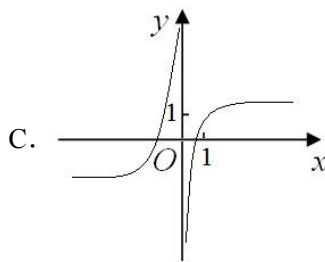
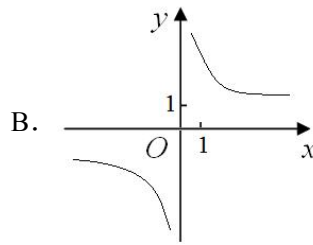
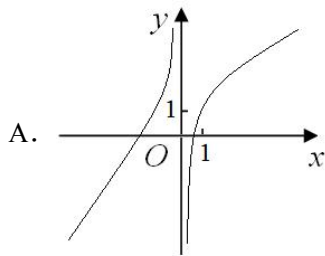
A. $\frac{6}{5}$

B. 1

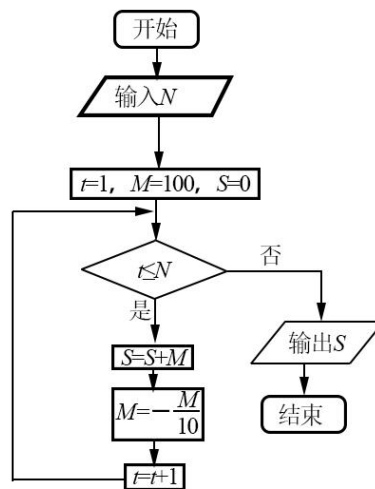
C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{1}{5}$

7. 函数 $y=1+x+\frac{\sin x}{x^2}$ 的部分图像大致为



8. 执行下面的程序框图, 为使输出 S 的值小于 91, 则输入的正整数 N 的最小值为



A. 5

B. 4

C. 3

D. 2

9. 已知圆柱的高为 1, 它的两个底面的圆周在直径为 2 的同一个球的球面上, 则该圆柱的体积为

- A. π B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$

10. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为棱 CD 的中点, 则

- A. $A_1E \perp DC_1$ B. $A_1E \perp BD$ C. $A_1E \perp BC_1$ D. $A_1E \perp AC$

11. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, ($a > b > 0$) 的左、右顶点分别为 A_1, A_2 , 且以线段 A_1A_2 为直径的圆与直线

$bx - ay + 2ab = 0$ 相切, 则 C 的离心率为

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

12. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x + a(e^{x-1} + e^{-x+1})$ 有唯一零点, 则 $a =$

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知向量 $a = (-2, 3), b = (3, m)$, 且 $a \perp b$, 则 $m =$ _____.

14. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{9} = 1$ ($a > 0$) 的一条渐近线方程为 $y = \frac{3}{5}x$, 则 $a =$ _____.

15. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $C = 60^\circ, b = \sqrt{6}, c = 3$, 则 $A =$ _____.

16. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0, \\ 2^x, & x > 0, \end{cases}$ 则满足 $f(x) + f(x - \frac{1}{2}) > 1$ 的 x 的取值范围是_____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 共 60 分。

17. (12 分)

设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + 3a_2 + \dots + (2n-1)a_n = 2n$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\left\{ \frac{a_n}{2n+1} \right\}$ 的前 n 项和.

18. (12 分)

某超市计划按月订购一种酸奶，每天进货量相同，进货成本每瓶 4 元，售价每瓶 6 元，未售出的酸奶降价处理，以每瓶 2 元的价格当天全部处理完. 根据往年销售经验，每天需求量与当天最高气温 (单位: $^{\circ}\text{C}$) 有关. 如果最高气温不低于 25，需求量为 500 瓶；如果最高气温位于区间 $[20, 25)$ ，需求量为 300 瓶；如果最高气温低于 20，需求量为 200 瓶. 为了确定六月份的订购计划，统计了前三年六月份各天的最高气温数据，得下面的频数分布表：

最高气温	$[10, 15)$	$[15, 20)$	$[20, 25)$	$[25, 30)$	$[30, 35)$	$[35, 40)$
天数	2	16	36	25	7	4

以最高气温位于各区间的频率代替最高气温位于该区间的概率。

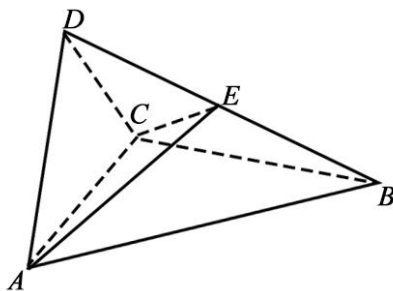
(1) 求六月份这种酸奶一天的需求量不超过 300 瓶的概率；

(2) 设六月份一天销售这种酸奶的利润为 Y (单位: 元)，当六月份这种酸奶一天的进货量为 450 瓶时，

写出 Y 的所有可能值，并估计 Y 大于零的概率. 学#科@网

19. (12 分)

如图，四面体 $ABCD$ 中， $\triangle ABC$ 是正三角形， $AD=CD$.



(1) 证明: $AC \perp BD$;

(2) 已知 $\triangle ACD$ 是直角三角形， $AB=BD$. 若 E 为棱 BD 上与 D 不重合的点，且 $AE \perp EC$ ，求四面体 $ABCE$ 与四面体 $ACDE$ 的体积比.

20. (12 分)

在直角坐标系 xOy 中，曲线 $y=x^2+mx-2$ 与 x 轴交于 A, B 两点，点 C 的坐标为 $(0,1)$. 当 m 变化时，解答下列问题：

(1) 能否出现 $AC \perp BC$ 的情况？说明理由；

(2) 证明过 A, B, C 三点的圆在 y 轴上截得的弦长为定值.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = \ln x + ax^2 + (2a+1)x$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $a < 0$ 时, 证明 $f(x) \leq -\frac{3}{4a} - 2$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中, 直线 l_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2+t, \\ y = kt, \end{cases}$ (t 为参数), 直线 l_2 的参数方程为

$\begin{cases} x = -2+m, \\ y = \frac{m}{k}, \end{cases}$ (m 为参数). 设 l_1 与 l_2 的交点为 P , 当 k 变化时, P 的轨迹为曲线 C .

(1) 写出 C 的普通方程;

(2) 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 设 $l_3: \rho(\cos\theta + \sin\theta) - \sqrt{2} = 0$, M 为 l_3 与 C 的交点, 求 M 的极径. 学*科@网

23. [选修 4—5: 不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = |x+1| - |x-2|$.

(1) 求不等式 $f(x) \geq 1$ 的解集;

(2) 若不等式 $f(x) \geq x^2 - x + m$ 的解集非空, 求 m 的取值范围.