2015年陕西省高考数学试卷（文科）

参考答案与试题解析

一.选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求（每小题5分，共60分）

1．（5分）（2015•陕西）设集合M={x|x2=x}，N={x|lgx≤0}，则M∪N=（　　）

A．[0，1] B．（0，1] C．[0，1） D．（﹣∞，1]

【分析】求解一元二次方程化简M，求解对数不等式化简N，然后利用并集运算得答案．

【解答】解：由M={x|x2=x}={0，1}，

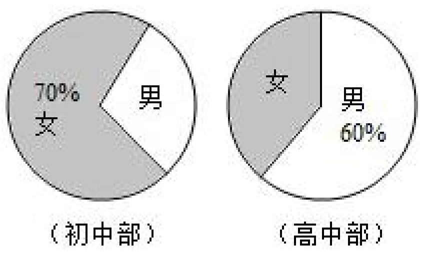
N={x|lgx≤0}=（0，1]，

得M∪N={0，1}∪（0，1]=[0，1]．

故选：A．

【点评】本题考查了并集及其运算，考查了对数不等式的解法，是基础题．

2．（5分）（2015•陕西）某中学初中部共有110名教师，高中部共有150名教师，其性别比例如图所示，则该校女教师的人数为（　　）



A．93 B．123 C．137 D．167

【分析】利用百分比，可得该校女教师的人数．

【解答】解：初中部女教师的人数为110×70%=77；高中部女教师的人数为150×40%=60，

∴该校女教师的人数为77+60=137，

故选：C．

【点评】本题考查该校女教师的人数，考查收集数据的方法，考查学生的计算能力，比较基础．

3．（5分）（2015•陕西）已知抛物线$y^2=2px$（p＞0）的准线经过点（﹣1，1），则该抛物线焦点坐标为（　　）

A．（﹣1，0） B．（1，0） C．（0，﹣1） D．（0，1）

【分析】利用抛物线$y^2=2px$（p＞0）的准线经过点（﹣1，1），求得$\frac{p}{2}=1$，即可求出抛物线焦点坐标．

【解答】解：∵抛物线y2=2px（p＞0）的准线经过点（﹣1，1），

∴$\frac{p}{2}=1$，

∴该抛物线焦点坐标为（1，0）．

故选：B．

【点评】本题考查抛物线焦点坐标，考查抛物线的性质，比较基础．

4．（5分）（2015•陕西）设f（x）=$\begin{cases}1-\sqrt{x}, & x\geqslant 0\\ 2^x, & x<0\end{cases}$，则f（f（﹣2））=（　　）

A．﹣1 B．$\frac{1}{4}$ C．$\frac{1}{2}$ D．$\frac{3}{2}$

【分析】利用分段函数的性质求解．

【解答】解：∵$\begin{cases}1-\sqrt{x}, & x\geqslant 0\\ 2^x, & x<0\end{cases}$，

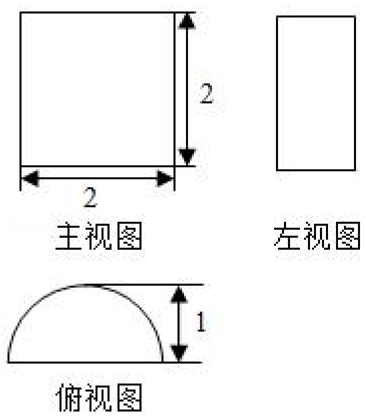
∴f（﹣2）=2﹣2=$\frac{1}{4}$，

f（f（﹣2））=f（$\frac{1}{4}$）=1﹣$\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$．

故选：C．

【点评】本题考查函数值的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意分段函数的性质的合理运用．

5．（5 分）（2015•陕西）一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为（　　）



A．3π B．4π C．$2\pi+4$ D．$3\pi+4$

【分析】根据几何体的三视图，得出该几何体是圆柱体的一部分，利用图中数据求出它的表面积．

【解答】解：根据几何体的三视图，得；

该几何体是圆柱体的一半，

∴该几何体的表面积为

$S_{几何体}=\pi\cdot1^2+\pi\times1\times2+2\times2$

$=3\pi+4$．

故选：D．

【点评】本题考查了利用空间几何体的三视图求表面积的应用问题，是基础题目．

6．（5 分）（2015•陕西）"$\sin\alpha=\cos\alpha$"是"$\cos2\alpha=0$"的（　　）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

【分析】由 $\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$，即可判断出．

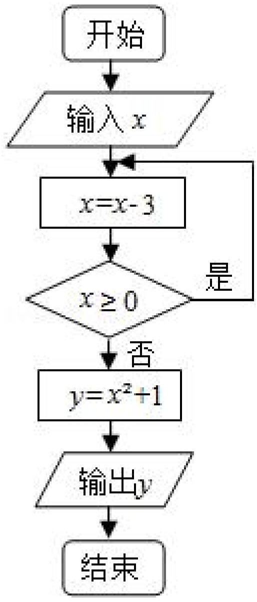
【解答】解：由 $\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$，

∴"$\sin\alpha=\cos\alpha$"是"$\cos2\alpha=0$"的充分不必要条件．

故选：A．

【点评】本题考查了倍角公式、简易逻辑的判定方法，考查了推理能力，属于基础题．

7．（5 分）（2015•陕西）根据如图框图，当输入 x 为 6 时，输出的 y=（　　）



A．1 B．2 C．5 D．10

【分析】模拟执行程序框图，依次写出每次循环得到的 x 的值，当 $x=-3$ 时不满足条件 $x\geq0$，计算并输出 y 的值为 10．

【解答】解：模拟执行程序框图，可得

x=6

x=3

满足条件 $x\geq0$，x=0

满足条件 $x\geq0$，$x=-3$

不满足条件 $x\geq0$，y=10

输出 y 的值为 10．

故选：D．

【点评】本题主要考查了循环结构的程序框图，正确写出每次循环得到的 x 的值是解题的关键，属于基础题．

8．（5 分）（2015•陕西）对任意向量$\vec{a}$、$\vec{b}$，下列关系式中不恒成立的是（　　）

A．$|\vec{a}\cdot\vec{b}|\le|\vec{a}||\vec{b}|$ B．$|\vec{a}-\vec{b}|\le||\vec{a}|-|\vec{b}||$

C．$(\vec{a}+\vec{b})^2=|\vec{a}+\vec{b}|^2$ D．$(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=\vec{a}^2-\vec{b}^2$

【分析】由向量数量积的运算和性质逐个选项验证可得．

【解答】解：选项 A 恒成立，∵$|\vec{a}\cdot\vec{b}|=|\vec{a}||\vec{b}||\cos<\vec{a},\vec{b}>|$，

又$|\cos<\vec{a},\vec{b}>|\le1$，∴$|\vec{a}\cdot\vec{b}|\le|\vec{a}||\vec{b}|$恒成立；

选项 B 不恒成立，由三角形的三边关系和向量的几何意义可得$|\vec{a}-\vec{b}|\ge||\vec{a}|-|\vec{b}||$；

选项 C 恒成立，由向量数量积的运算可得$(\vec{a}+\vec{b})^2=|\vec{a}+\vec{b}|^2$；

选项 D 恒成立，由向量数量积的运算可得$(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=\vec{a}^2-\vec{b}^2$.

故选：B

【点评】本题考查平面向量的数量积，属基础题．

9．（5 分）（2015•陕西）设 f（x）=x﹣sinx，则 f（x）（　　）

A．既是奇函数又是减函数 B．既是奇函数又是增函数

C．是有零点的减函数 D．是没有零点的奇函数

【分析】利用函数的奇偶性的定义判断 f（x）为奇函数，再利用导数研究函数的单调性，从而得出结论．

【解答】解：由于 f（x）=x﹣sinx 的定义域为 R，且满足 f（﹣x）=﹣x+sinx=﹣f（x），

可得 f（x）为奇函数．

再根据 f'（x）=1﹣cosx≥0，可得 f（x）为增函数，

故选：B．

【点评】本题主要考查函数的奇偶性的判断方法，利用导数研究函数的单调性，属于基础题．

10．（5 分）（2015•陕西）设 f（x）=lnx，0＜a＜b，若 $p=f(\sqrt{ab})$，$q=f(\frac{a+b}{2})$，$r=\frac{1}{2}(f(a)+f(b))$，则下列关系式中正确的是（　　）

A．q=r＜p B．p=r＜q C．q=r＞p D．p=r＞q

【分析】由题意可得 $p=\frac{1}{2}(\ln a+\ln b)$，$q=\ln(\frac{a+b}{2})\geq\ln(\sqrt{ab})=p$，$r=\frac{1}{2}(\ln a+\ln b)$，可得大小关系．

【解答】解：由题意可得若 $p=f(\sqrt{ab})=\ln(\sqrt{ab})=\frac{1}{2}\ln ab=\frac{1}{2}(\ln a+\ln b)$，

$q=f(\frac{a+b}{2})=\ln(\frac{a+b}{2})\geq\ln(\sqrt{ab})=p$，

$r=\frac{1}{2}(f(a)+f(b))=\frac{1}{2}(\ln a+\ln b)$，

∴p=r＜q，

故选：B

【点评】本题考查不等式与不等关系，涉及基本不等式和对数的运算，属基础题．

11．（5 分）（2015•陕西）某企业生产甲、乙两种产品均需用 A、B 两种原料．已知生产 1 吨每种产品所需原料及每天原料的可用限额如表所示．如果生产一吨甲、乙产品可获得利润分别为 3 万元、4 万元，则该企业每天可获得最大利润为（　　）

	甲	乙	原料限额
A（吨）	3	2	12
B（吨）	1	2	8

A．12 万元 B．16 万元 C．17 万元 D．18 万元

【分析】设每天生产甲乙两种产品分别为 x，y 吨，利润为 z 元，然后根据题目条件建立约束条件，得到目标函数，画出约束条件所表示的区域，然后利用平移法求出 z 的最大值．

【解答】解：设每天生产甲乙两种产品分别为 x，y 吨，利润为 z 元，

则 $\begin{cases}3x+2y\leqslant 12\\ x+2y\leqslant 8\\ x\geqslant 0，y\geqslant 0\end{cases}$,

目标函数为 $z=3x+4y$.

作出二元一次不等式组所表示的平面区域（阴影部分）即可行域．

由 $z=3x+4y$ 得 $y=-\frac{3}{4}x+\frac{z}{4}$,

平移直线 $y=-\frac{3}{4}x+\frac{z}{4}$ 由图象可知当直线 $y=-\frac{3}{4}x+\frac{z}{4}$ 经过点 B 时，直线 $y=-\frac{3}{4}x+\frac{z}{4}$ 的截距最大，

此时 z 最大，

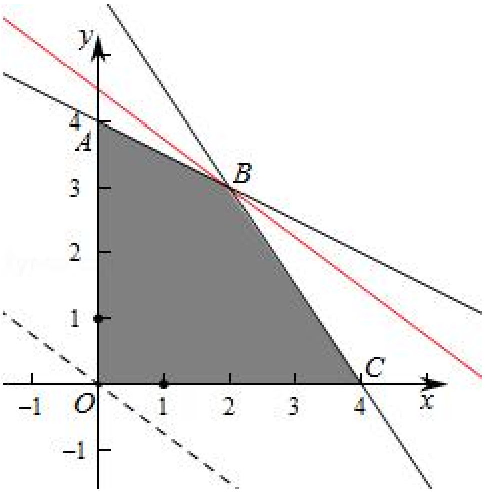
解方程组 $\begin{cases}3x+2y=12\\ x+2y=8\end{cases}$ ，解得 $\begin{cases}x=2\\ y=3\end{cases}$,

即 B 的坐标为 x=2，y=3，

∴$z_{max}=3x+4y=6+12=18$.

即每天生产甲乙两种产品分别为 2，3 吨，能够产生最大的利润，最大的利润是 18 万元，

故选：D．



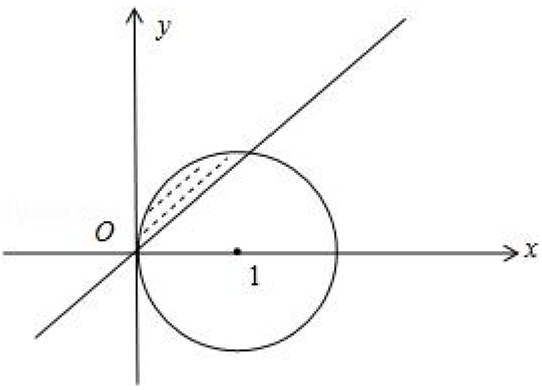
【点评】本题主要考查线性规划的应用，建立约束条件和目标函数，利用数形结合是解决本题的关键．

12．（5 分）（2015•陕西）设复数 z=（x﹣1）+yi（x，y∈R），若|z|≤1，则 y≥x 的概率为（　　）

A．$\frac{3}{4}+\frac{1}{2\pi}$　B．$\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}$　C．$\frac{1}{4}-\frac{1}{2\pi}$　D．$\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi}$

【分析】判断复数对应点图形，利用几何概型求解即可．

【解答】解：复数 z=（x﹣1）+yi（x，y∈R），若|z|≤1，它的几何意义是以（1，0）为圆心，1 为半径的圆以及内部部分．y≥x 的图形是图形中阴影部分，如图：



复数 z=（x﹣1）+yi（x，y∈R），若|z|≤1，则 y≥x 的概率：$\frac{\frac{1}{4}\pi-\frac{1}{2}\times1\times1}{\pi}=\frac{1}{4}-\frac{1}{2\pi}$．

故选：C．

【点评】本题考查复数的几何意义，几何概型的求法，考查计算能力以及数形结合的能力．

二.填空题：把答案填写在答题的横线上（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13．（5 分）（2015•陕西）中位数为 1010 的一组数构成等差数列，其末项为 2015，则该数列的首项为　5　．

【分析】由题意可得首项的方程，解方程可得．

【解答】解：设该等差数列的首项为 a，

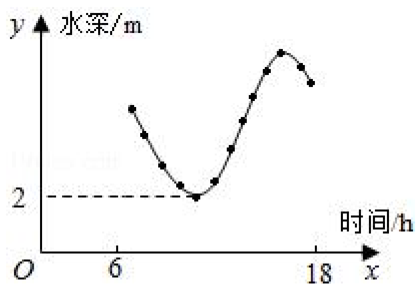
由题意和等差数列的性质可得 $2015+a=1010\times2$

解得 $a=5$

故答案为：5

【点评】本题考查等差数列的基本性质，涉及中位数，属基础题．

14．（5 分）（2015•陕西）如图，某港口一天 6 时到 18 时的水渠变化曲线近似满足函数 $y=3\sin(\frac{\pi}{6}x+\varphi)+k$．据此函数可知，这段时间水深（单位：m）的最大值为　8　．



【分析】由图象观察可得：$y_{min}=-3+k=2$，从而可求 k 的值，从而可求 $ymax=3+k=3+5=8$．

【解答】解：∵由题意可得：$ymin=-3+k=2$，

∴可解得：$k=5$，

∴$ymax=3+k=3+5=8$，

故答案为：8．

【点评】本题主要考查了正弦函数的图象和性质，属于基本知识的考查．

15．（5 分）（2015•陕西）函数 $y=xe^x$ 在其极值点处的切线方程为 $y=-\frac{1}{e}$.

【分析】求出极值点，再结合导数的几何意义即可求出切线的方程.

【解答】解：依题解：依题意得 $y'=e^x+xex$，

令 $y'=0$，可得 $x=-1$，

$\therefore y=-\frac{1}{e}$.

因此函数 $y=xe^x$ 在其极值点处的切线方程为 $y=-\frac{1}{e}$.

故答案为：$y=-\frac{1}{e}$.

【点评】本小题主要考查直线的斜率、导数的几何意义、利用导数研究曲线上某点切线方程等基础知识，考查运算求解能力．属于基础题．

16．（5 分）（2015•陕西）观察下列等式：

$1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$

$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}=\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}$

…

据此规律，第 n 个等式可为 $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n}=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{2n}$.

【分析】由已知可得：第 n 个等式含有 2n 项，其中奇数项为$\frac{1}{2n-1}$，偶数项为 $-\frac{1}{2n}$．其等式右边为后 n 项的绝对值之和．即可得出．

【解答】解：由已知可得：第 n 个等式含有 2n 项，其中奇数项为$\frac{1}{2n-1}$，偶数项为 $-\frac{1}{2n}$．其等式右边为后 n 项的绝对值之和．

∴第 n 个等式为：$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n}=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{2n}$.

【点评】本题考查了观察分析猜想归纳求数列的通项公式方法，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

三.解答题：解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤（共 5 小题，共 70 分）

17. （12 分）（2015•陕西）△ABC 的内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c．向量 $\overrightarrow{m}$=（a，$\sqrt{3}$b）与 $\overrightarrow{n}$=（cosA，sinB）平行.

（I）求 A；

（II）若 a=$\sqrt{7}$，b=2，求△ABC 的面积.

【分析】（I）利用向量的平行，列出方程，通过正弦定理求解 A；

（II）利用 A，以及 a=$\sqrt{7}$，b=2，通过余弦定理求出 c，然后求解△ABC 的面积.

【解答】解：（I）因为向量 $\overrightarrow{m}$=（a，$\sqrt{3}$b）与 $\overrightarrow{n}$=（cosA，sinB）平行，

所以 asinB﹣$\sqrt{3}b\cos A$=0，由正弦定理可知：sinAsinB﹣$\sqrt{3}$sinBcosA=0，因为 sinB≠0，

所以 tanA=$\sqrt{3}$，可得 A=$\frac{\pi}{3}$；

（II）a=$\sqrt{7}$，b=2，由余弦定理可得：$a^2=b^2+c2﹣2bccosA$，可得 7=4+c2﹣2c，解得 c=3，

△ABC 的面积为：$\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

【点评】本题考查余弦定理以及正弦定理的应用，三角形的面积的求法，考查计算能力.

18．（12 分）（2015•陕西）如图，在直角梯形 ABCD 中，AD∥BC，$\angle BAD=\frac{\pi}{2}$，$AB=BC=\frac{1}{2}AD=a$，E 是 AD 的中点，O 是 AC 与 BE 的交点．将△ABE 沿 BE 折起到如图 2 中△A1BE 的位置，得到四棱锥 A1﹣BCDE．

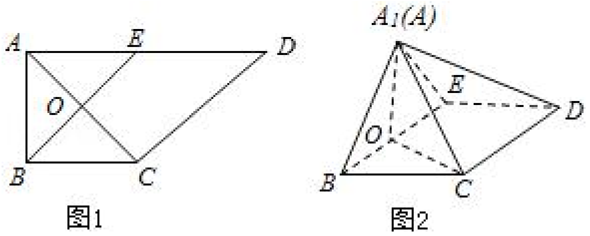


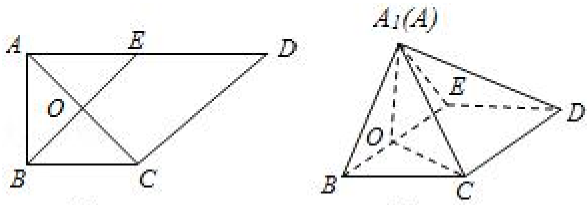
图1　　图2

（I）证明：CD⊥平面 A1OC；

（II）当平面 A_1BE⊥平面 BCDE 时，四棱锥 A1﹣BCDE 的体积为 $36\sqrt{2}$，求 a 的值．

【分析】（I）运用 E 是 AD 的中点，判断得出 BE⊥AC，BE⊥面 A1OC，考虑 CD∥DE，即可判断 CD⊥面 A1OC．

（II）运用好折叠之前，之后的图形得出 A_1O 是四棱锥 A_1﹣BCDE 的高，平行四边形 BCDE 的面积 $S=BC\cdot AB=a^2$，运用体积公式求解即可得出 a 的值．



【解答】解：　图1　　图2

（I）在图 1 中，

因为 $AB=BC=\frac{1}{2}AD=a$，E 是 AD 的中点，

$\angle BAD=\frac{\pi}{2}$，

所以 BE⊥AC，

即在图 2 中，BE⊥A1O，BE⊥OC，

从而 BE⊥面 A1OC，

由 CD∥BE，

所以 CD⊥面 A1OC，

（II）即 A_1O 是四棱锥 A_1 - BCDE 的高，

根据图 1 得出 $A_1O=\frac{\sqrt{2}}{2}AB=\frac{\sqrt{2}}{2}a$，

∴平行四边形 BCDE 的面积 S=BC•AB=a2，

$V=\frac{1}{3}\times S\times A_1O=\frac{1}{3}\times a^2\times\frac{\sqrt{2}}{2}a=\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$，

由 $a=\frac{\sqrt{2}}{6}a^3=36\sqrt{2}$，得出 a=6．

【点评】本题考查了平面立体转化的问题，运用好折叠之前，之后的图形，对于空间直线平面的位置关系的定理要很熟练．

19．（12 分）（2015•陕西）随机抽取一个年份，对西安市该年 4 月份的天气情况进行统计，结果如下：

（I）在 4 月份任取一天，估计西安市在该天不下雨的概率；

（II）西安市某学校拟从 4 月份的一个晴天开始举行连续 2 天的运动会，估计运动会期间不下雨的概率．

日期	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
天气	晴	雨	阴	阴	阴	雨	阴	晴	晴	晴	阴	晴	晴	晴	晴
日期	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
天气	晴	阴	雨	阴	阴	晴	阴	晴	晴	晴	阴	晴	晴	晴	雨

【分析】（I）在 4 月份任取一天，不下雨的天数是 26，即可估计西安市在该天不下雨的概率；

（II）求得 4 月份中，前一天为晴天的互邻日期对有 16 个，其中后一天不下雨的有 14 个，可得晴天的次日不下雨的概率，即可得出结论．

【解答】解：（I）在 4 月份任取一天，不下雨的天数是 26，以频率估计概率，估计西安市在该天不下雨的概率为 $\frac{13}{15}$；

（II）称相邻的两个日期为“互邻日期对”，由题意，4 月份中，前一天为晴天的互邻日期对有 16 个，其中后一天不下雨的有 14 个，所以晴天的次日不下雨的概率为$\frac{7}{8}$，

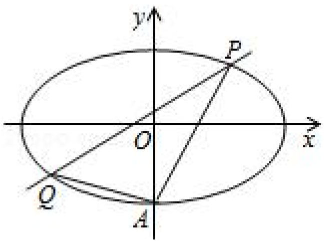
从而估计运动会期间不下雨的概率为$\frac{7}{8}$.

【点评】本题考查概率的应用，考查学生的计算能力，确定基本事件的个数是关键.

20．（12 分）（2015•陕西）如图，椭圆 E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）经过点 A（0，﹣1），且离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$.

（I）求椭圆 E 的方程；

（II）经过点（1，1），且斜率为 k 的直线与椭圆 E 交于不同的两点 P，Q（均异于点 A），证明：直线 AP 与 AQ 斜率之和为 2.



【分析】（I）运用离心率公式和 a，b，c 的关系，解方程可得 a，进而得到椭圆方程；

（II）由题意设直线 PQ 的方程为 y=k（x﹣1）+1（k≠0），代入椭圆方程$\frac{x^2}{2}$+y2=1，运用韦达定理和直线的斜率公式，化简计算即可得到结论.

【解答】解：（I）由题设知，$\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，b=1，

结合 $a^2=b^2$+c2，解得 a=$\sqrt{2}$，

所以 $\frac{x^2}{2}$ +y2=1；

（II）证明：由题意设直线 PQ 的方程为 y=k（x﹣1）+1（k≠0），

代入椭圆方程 $\frac{x^2}{2}$ +y2=1，

可得（1+2k2）x2﹣4k（k﹣1）x+2k（k﹣2）=0，

由已知得（1，1）在椭圆外，

设 P（x_1，y_1），Q（x_2，y_2），x_1x_2≠0，

则 x_1+x2= $\frac{4k(k-1)}{1+2k^2}$ ，x_1x_2= $\frac{2k(k-2)}{1+2k^2}$ ，

且△=16k2（k﹣1）2﹣8k（k﹣2）（1+2k2）>0，解得 k>0 或 k<﹣2．

则有直线 AP，AQ 的斜率之和为 k_{AP}+kAQ= $\frac{y_1+1}{x_1}$ + $\frac{y_2+1}{x_2}$

= $\frac{kx_1+2-k}{x_1}$ + $\frac{kx_2+2-k}{x_2}$ =2k+（2﹣k）（ $\frac{1}{x_1}$ + $\frac{1}{x_2}$ ）=2k+（2﹣k）• $\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}$

=2k+（2﹣k）•$\frac{4k(k-1)}{2k(k-2)}$ =2k﹣2（k﹣1）=2．

即有直线 AP 与 AQ 斜率之和为 2．

【点评】本题考查椭圆的方程和性质，主要考查椭圆的离心率和方程的运用，联立直线方程，运用韦达定理，考查直线的斜率公式，属于中档题．

21．（12 分）（2015•陕西）设 f_n（x）=x+x2+…+xn﹣1，x≥0，n∈N，n≥2．

（I）求 f_n'（2）；

（II）证明：f_n（x）在（0， $\frac{2}{3}$ ）内有且仅有一个零点（记为 a_n），且 0<an﹣ $\frac{1}{2}$ < $\frac{1}{3}$ （ $\frac{2}{3}$ ）n．

【分析】（I）将已知函数求导，取 $x=2$，得到 $f_n'(2)$；

（II）只要证明 $f_n(x)$ 在 $(0,\frac{2}{3})$ 内有单调递增，得到仅有一个零点，然后 $f_n(a_n)$ 变形得到所求．

【解答】解：（I）由已知，$f'_n(x)=1+2x+3x2+\ldots+nxn-1$，

所以 $f'_n(2)=1+2\times2+3\times2^2+\cdots+n\cdot2^{n-1}$，①

则 $2f'_n(2)=2+2\times22+3\times23+\ldots+n2n$，②，

① - ②得 $-f'n(2)=1+2+22+23+\ldots+2n-1-n\cdot2n=\frac{1-2^n}{1-2}-n\cdot2^n=(1-n)2^n-1$，

所以 $f'_n(2)=(n-1)2^n+1$．

（II）因为 $f(0)=-1<0$，$fn(\frac{2}{3})=\frac{\frac{2}{3}[1-(\frac{2}{3})^n]}{1-\frac{2}{3}}-1=1-2\times(\frac{2}{3})^n\geq1-2\times(\frac{2}{3})^2>0$，

所以 $f_n(x)$ 在 $(0,\frac{2}{3})$ 内至少存在一个零点，

又 $f'_n(x)=1+2x+3x2+\ldots+nxn-1>0$，所以 $fn(x)$ 在 $(0,\frac{2}{3})$ 内单调递增，

所以 $f_n(x)$ 在 $(0,\frac{2}{3})$ 内有且仅有一个零点 a_n，由于 $f_n(x)=\frac{x-x^{n+1}}{1-x}-1$，

所以 $0=f_n(a_n)=\frac{a_n-a_n^{n+1}}{1-a_n}-1$，

所以 $a_n=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}a_n^{n+1}>\frac{1}{2}$，故 $\frac{1}{2}<a_n<\frac{2}{3}$，

所以 $0<a_n-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}a_n^{n+1}<\frac{1}{2}\times(\frac{2}{3})^{n+1}=\frac{1}{3}(\frac{2}{3})^n$．

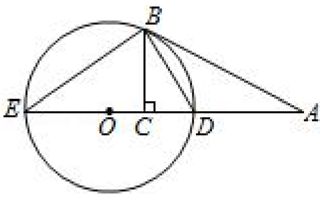
【点评】本题考查了函数求导、错位相减法求数列的和、函数的零点判断等知识，计算比较复杂，注意细心．

三.请在 22、23、24 三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分[选修 4-1：几何证明选讲]

22．（10 分）（2015•陕西）如图，AB 切⊙O 于点 B，直线 AO 交⊙O 于 D，E 两点，BC⊥DE，垂足为 C．

（I）证明：∠CBD=∠DBA；

（II）若 AD=3DC，BC=$\sqrt{2}$，求⊙O 的直径．



【分析】（I）根据直径的性质即可证明：∠CBD=∠DBA；

（II）结合割线定理进行求解即可求⊙O 的直径．

【解答】证明：（I）∵DE 是⊙O 的直径，

则∠BED+∠EDB=90°，

∵BC⊥DE，

∴∠CBD+∠EDB=90°，即∠CBD=∠BED，

∵AB 切⊙O 于点 B，

∴∠DBA=∠BED，即∠CBD=∠DBA；

（II）由（I）知 BD 平分∠CBA，

则$\frac{BA}{BC}=\frac{AD}{CD}=3$，

∵BC=$\sqrt{2}$，

∴AB=3$\sqrt{2}$，AC=$\sqrt{AB^2-BC^2}=4$，

则 AD=3，

由切割线定理得 AB^2=AD•AE，

即 AE=$\frac{AB^2}{AD}=6$，

故 DE=AE﹣AD=3，

即可⊙O 的直径为 3．

【点评】本题主要考查直线和圆的位置关系的应用和证明，根据相应的定理是解决本题的关键．

[选修 4-4：坐标系与参数方程]

23．（2015•陕西）在直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=3+\frac{1}{2}t\\y=\frac{\sqrt{3}}{2}t\end{cases}$（t 为参数），以原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，⊙C 的极坐标方程为$\rho=2\sqrt{3}\sin\theta$．

（I）写出⊙C 的直角坐标方程；

（II）P 为直线 l 上一动点，当 P 到圆心 C 的距离最小时，求 P 的直角坐标．

【分析】（I）由⊙C 的极坐标方程为$\rho=2\sqrt{3}\sin\theta$．化为$\rho^2=2\sqrt{3}\rho\sin\theta$，把$\begin{cases}\rho^2=x^2+y^2\\y=\rho\sin\theta\end{cases}$代入即可得出；．

（II）设 P$(3+\frac{1}{2}t，\frac{\sqrt{3}}{2}t)$，又 C$(0，\sqrt{3})$．利用两点之间的距离公式可得$|PC|=\sqrt{t^2+12}$，再利用二次函数的性质即可得出．

【解答】解：（I）由⊙C 的极坐标方程为$\rho=2\sqrt{3}\sin\theta$．

∴$\rho2=2\sqrt{3}\rho\sin\theta$，化为 $x^2+y2=2\sqrt{3}y$，

配方为 $x^2+(y-\sqrt{3})^2=3$．

（II）设 P $(3+\frac{1}{2}t,\ \frac{\sqrt{3}}{2}t)$，又 C $(0,\ \sqrt{3})$．

∴$|PC|=\sqrt{(3+\frac{1}{2}t)^2+(\frac{\sqrt{3}}{2}t-\sqrt{3})^2}=\sqrt{t^2+12}\geq 2\sqrt{3}$,

因此当 t=0 时，|PC|取得最小值 $2\sqrt{3}$．此时 P（3，0）．

【点评】本题考查了极坐标化为直角坐标方程、参数方程的应用、两点之间的距离公式、二次函数的性质，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

[选修 4-5：不等式选讲]

24．（2015•陕西）已知关于 x 的不等式|x+a|＜b 的解集为{x|2＜x＜4}

（I）求实数 a，b 的值；

（II）求$\sqrt{at+12}+\sqrt{bt}$的最大值．

【分析】（I）由不等式的解集可得 ab 的方程组，解方程组可得；

（II）原式$=\sqrt{-3t+12}+\sqrt{t}=\sqrt{3}\sqrt{4-t}+\sqrt{t}$，由柯西不等式可得最大值．

【解答】解：（I）关于 x 的不等式|x+a|＜b 可化为﹣b﹣a＜x＜b﹣a，

又∵原不等式的解集为{x|2＜x＜4}，

∴$\begin{cases}-b-a=2\\b-a=4\end{cases}$，解方程组可得$\begin{cases}a=-3\\b=1\end{cases}$；

（II）由（I）可得$\sqrt{at+12}+\sqrt{bt}=\sqrt{-3t+12}+\sqrt{t}$

$=\sqrt{3}\sqrt{4-t}+\sqrt{t}\leq\sqrt{[(\sqrt{3})^2+1^2][(\sqrt{4-t})^2+(\sqrt{t})^2]}$

$=2\sqrt{4-t+t}=4$，

当且仅当 $\frac{\sqrt{4-t}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{t}}{1}$ 即 t=1 时取等号，

∴所求最大值为 4

【点评】本题考查不等关系与不等式，涉及柯西不等式求最值，属基础题．