

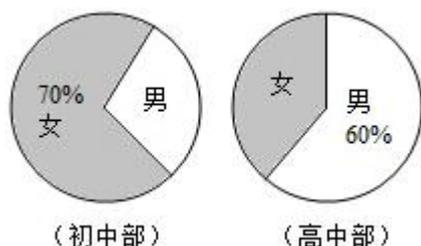
## 2015 年陕西省高考数学试卷（文科）

一. 选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求（每小题 5 分，共 60 分）

1. （5 分）设集合  $M=\{x|x^2=x\}$ ， $N=\{x|\lg x \leq 0\}$ ，则  $M \cup N =$ （ ）

A.  $[0, 1]$  B.  $(0, 1]$  C.  $[0, 1)$  D.  $(-\infty, 1]$

2. （5 分）某中学初中部共有 110 名教师，高中部共有 150 名教师，其性别比例如图所示，则该校女教师的人数为（ ）



A. 93 B. 123 C. 137 D. 167

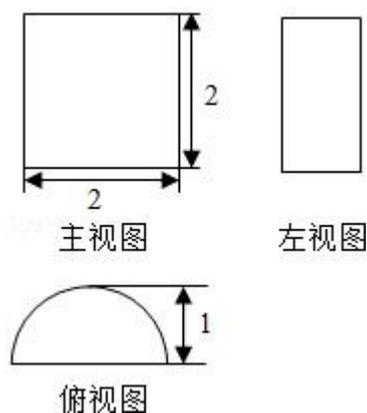
3. （5 分）已知抛物线  $y^2=2px$  ( $p>0$ ) 的准线经过点  $(-1, 1)$ ，则该抛物线焦点坐标为（ ）

A.  $(-1, 0)$  B.  $(1, 0)$  C.  $(0, -1)$  D.  $(0, 1)$

4. （5 分）设  $f(x) = \begin{cases} 1-\sqrt{x}, & x \geq 0 \\ 2^x, & x < 0 \end{cases}$ ，则  $f(f(-2)) =$ （ ）

A. -1 B.  $\frac{1}{4}$  C.  $\frac{1}{2}$  D.  $\frac{3}{2}$

5. （5 分）一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为（ ）

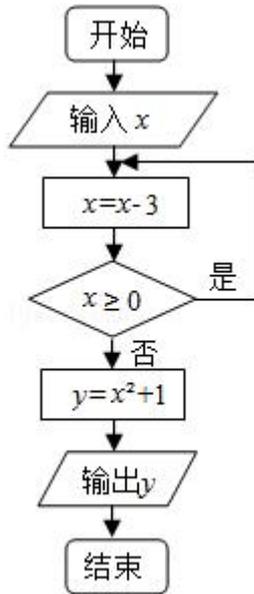


A.  $3\pi$  B.  $4\pi$  C.  $2\pi+4$  D.  $3\pi+4$

6. （5 分）“ $\sin\alpha = \cos\alpha$ ”是“ $\cos 2\alpha = 0$ ”的（ ）

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件  
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. (5分) 根据如图框图, 当输入  $x$  为 6 时, 输出的  $y = ( \quad )$



- A. 1 B. 2 C. 5 D. 10

8. (5分) 对任意向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ , 下列关系式中不恒成立的是 ( )

- A.  $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$  B.  $|\vec{a} - \vec{b}| \leq |\vec{a}| - |\vec{b}|$   
C.  $(\vec{a} + \vec{b})^2 = |\vec{a} + \vec{b}|^2$  D.  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}^2 - \vec{b}^2$

9. (5分) 设  $f(x) = x - \sin x$ , 则  $f(x)$  ( )

- A. 既是奇函数又是减函数 B. 既是奇函数又是增函数  
C. 是有零点的减函数 D. 是没有零点的奇函数

10. (5分) 设  $f(x) = \ln x$ ,  $0 < a < b$ , 若  $p = f(\sqrt{ab})$ ,  $q = f\left(\frac{a+b}{2}\right)$ ,  $r = \frac{1}{2}(f(a) + f(b))$ , 则下列关系式中正确的是 ( )

- A.  $q = r < p$  B.  $p = r < q$  C.  $q = r > p$  D.  $p = r > q$

11. (5分) 某企业生产甲、乙两种产品均需用 A、B 两种原料. 已知生产 1 吨每种产品所需原料及每天原料的可用限额如表所示. 如果生产一吨甲、乙产品可获得利润分别为 3 万元、4 万元, 则该企业每天可获得最大利润为 ( )

	甲	乙	原料限额
A (吨)	3	2	12

B (吨) 

1	2	8
---	---	---

A. 12万元 B. 16万元 C. 17万元 D. 18万元

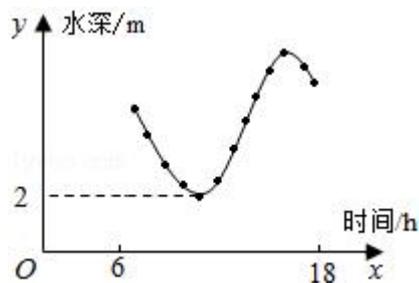
12. (5分) 设复数  $z = (x - 1) + yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ ), 若  $|z| \leq 1$ , 则  $y \geq x$  的概率为 ( )

A.  $\frac{3}{4} - \frac{1}{2\pi}$  B.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}$  C.  $\frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi}$  D.  $\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}$

二. 填空题: 把答案填写在答题的横线上 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. (5分) 中位数为 1010 的一组数构成等差数列, 其末项为 2015, 则该数列的首项为\_\_\_\_\_.

14. (5分) 如图, 某港口一天 6 时到 18 时的水渠变化曲线近似满足函数  $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{6}x + \varphi\right) + k$ . 据此函数可知, 这段时间水深 (单位: m) 的最大值为\_\_\_\_\_.



15. (5分) 函数  $y = xe^x$  在其极值点处的切线方程为\_\_\_\_\_.

16. (5分) 观察下列等式:

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}$$

...

据此规律, 第 n 个等式可为\_\_\_\_\_.

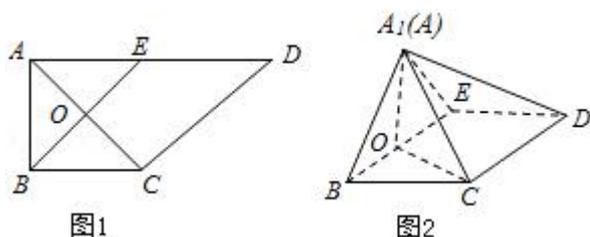
三. 解答题: 解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤 (共 5 小题, 共 70 分)

17. (12分)  $\triangle ABC$  的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c. 向量  $\vec{m} = (a, \sqrt{3}b)$  与  $\vec{n} = (\cos A, \sin B)$  平行.

(I) 求 A;

(II) 若  $a=\sqrt{7}$ ,  $b=2$ , 求  $\triangle ABC$  的面积.

18. (12分) 如图, 在直角梯形 ABCD 中,  $AD \parallel BC$ ,  $\angle BAD = \frac{\pi}{2}$ ,  $AB=BC=\frac{1}{2}AD=a$ , E 是 AD 的中点, O 是 AC 与 BE 的交点. 将  $\triangle ABE$  沿 BE 折起到如图 2 中  $\triangle A_1BE$  的位置, 得到四棱锥  $A_1-BCDE$ .



(I) 证明:  $CD \perp$  平面  $A_1OC$ ;

(II) 当平面  $A_1BE \perp$  平面  $BCDE$  时, 四棱锥  $A_1-BCDE$  的体积为  $36\sqrt{2}$ , 求 a 的值.

19. (12分) 随机抽取一个年份, 对西安市该年 4 月份的天气情况进行统计, 结果如下:

(I) 在 4 月份任取一天, 估计西安市在该天不下雨的概率;

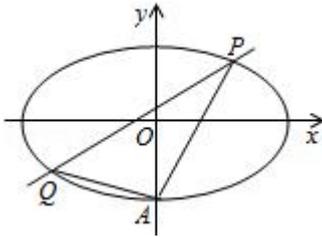
(II) 西安市某学校拟从 4 月份的一个晴天开始举行连续 2 天的运动会, 估计运动会期间不下雨的概率.

日期	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
天气	晴	雨	阴	阴	阴	雨	阴	晴	晴	晴	阴	晴	晴	晴	晴
日期	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
天气	晴	阴	雨	阴	阴	晴	阴	晴	晴	晴	阴	晴	晴	晴	雨

20. (12分) 如图, 椭圆 E:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 经过点 A (0, -1), 且离心率为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

(I) 求椭圆 E 的方程;

(II) 经过点  $(1, 1)$ ，且斜率为  $k$  的直线与椭圆  $E$  交于不同的两点  $P, Q$  (均异于点  $A$ )，证明：直线  $AP$  与  $AQ$  斜率之和为 2.



21. (12分) 设  $f_n(x) = x + x^2 + \dots + x^n - 1$ ,  $x \geq 0$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ .

(I) 求  $f_n'(2)$ ;

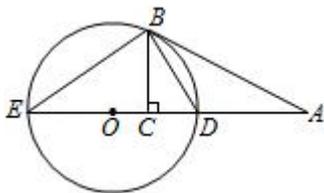
(II) 证明:  $f_n(x)$  在  $(0, \frac{2}{3})$  内有且仅有一个零点 (记为  $a_n$ ), 且  $0 < a_n - \frac{1}{2} < \frac{1}{3} (\frac{2}{3})^n$ .

三.请在 22、23、24 三题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分[选修 4-1: 几何证明选讲]

22. (10分) 如图,  $AB$  切  $\odot O$  于点  $B$ , 直线  $AO$  交  $\odot O$  于  $D, E$  两点,  $BC \perp DE$ , 垂足为  $C$ .

(I) 证明:  $\angle CBD = \angle DBA$ ;

(II) 若  $AD = 3DC$ ,  $BC = \sqrt{2}$ , 求  $\odot O$  的直径.



[选修 4-4: 坐标系与参数方程]

23. 在直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l$  的参数方程为 
$$\begin{cases} x=3+\frac{1}{2}t \\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数})$$
, 以原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系,  $\odot C$  的极坐标方程为  $\rho=2\sqrt{3}\sin\theta$ .

(I) 写出  $\odot C$  的直角坐标方程;

(II)  $P$  为直线  $l$  上一动点, 当  $P$  到圆心  $C$  的距离最小时, 求  $P$  的直角坐标.

[选修 4-5: 不等式选讲]

24. 已知关于  $x$  的不等式  $|x+a|<b$  的解集为  $\{x|2<x<4\}$

(I) 求实数  $a, b$  的值;

(II) 求  $\sqrt{at+12}+\sqrt{bt}$  的最大值.