

## 2017年普通高等学校招生全国统一考试

## 文科数学

注意事项:

1. 答题前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷和答题卡相应位置上。

2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$ , 则  $A \cup B =$

A.  $\{1, 2, 3, 4\}$     B.  $\{1, 2, 3\}$     C.  $\{2, 3, 4\}$     D.  $\{1, 3, 4\}$

2.  $(1+i)(2+i) =$

A.  $1-i$     B.  $1+3i$     C.  $3+i$     D.  $3+3i$

3. 函数  $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$  的最小正周期为

A.  $4\pi$     B.  $2\pi$     C.  $\pi$     D.  $\frac{\pi}{2}$

4. 设非零向量  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  满足  $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$  则

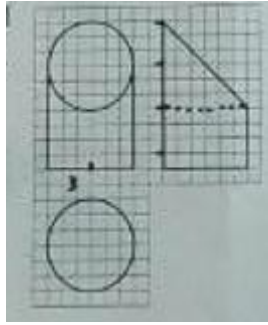
A.  $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$     B.  $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|$     C.  $\mathbf{a} // \mathbf{b}$     D.  $|\mathbf{a}| > |\mathbf{b}|$

5. 若  $a > 1$ , 则双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1$  的离心率的取值范围是

A.  $(\sqrt{2}, +\infty)$     B.  $(\sqrt{2}, 2)$     C.  $(1, \sqrt{2})$     D.  $(1, 2)$

6. 如图, 网格纸上小正方形的边长为 1, 粗实线画出的是某几何体的三视图, 该几何体有一平面将一圆柱截去一部分后所得, 则该几何体的体积为

A. 90  
B. 63  
C. 42  
D. 36



7. 设  $x$ 、 $y$  满足约束条件  $\begin{cases} 2x+3y-3 \leq 0 \\ 2x-3y+3 \geq 0 \\ y+3 \geq 0 \end{cases}$ 。则  $z=2x+y$  的最小值是

- A. -15    B. -9    C. 1    D. 9

8. 函数  $f(x) = \ln(x^2 - 2x - 8)$  的单调区间是

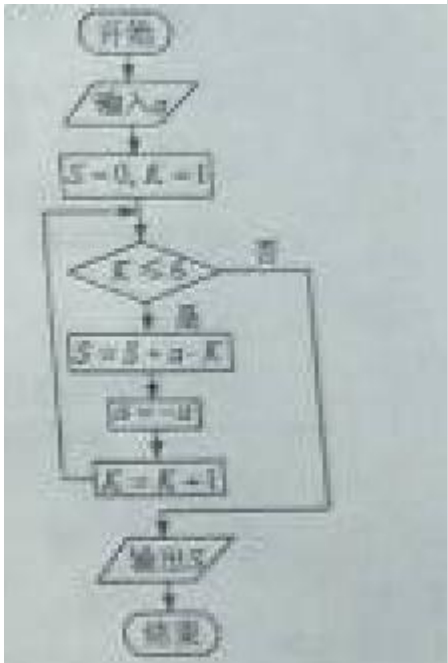
- A.  $(-\infty, -2)$     B.  $(-\infty, -1)$     C.  $(1, +\infty)$     D.  $(4, +\infty)$

9. 甲、乙、丙、丁四位同学一起去向老师询问成语竞赛的成绩，老师说，你们四人中有 2 位优秀，2 位良好，我现在给甲看乙、丙的成绩，给乙看丙的成绩，给丁看甲的成绩，看后甲对大家说：我还是不知道我的成绩，学科网根据以上信息，则

- A. 乙可以知道两人的成绩    B. 丁可能知道两人的成绩  
C. 乙、丁可以知道对方的成绩    D. 乙、丁可以知道自己的成绩

10. 执行右面的程序框图，如果输入的  $a=-1$ ，则输出的  $S=$

- A. 2    B. 3    C. 4    D. 5



11.从分别写有 1,2,3,4,5 的 5 张卡片中随机抽取 1 张,放回后再随机抽取 1 张,则抽得的第一张卡片上的数大于第二张卡片上的数的概率为

A  $\frac{1}{10}$

B  $\frac{1}{5}$

C  $\frac{3}{10}$

D  $\frac{2}{5}$

12.过抛物线  $C:y^2=4x$  的焦点  $F$ , 且斜率为  $\sqrt{3}$  的直线交  $C$  于点  $M$  ( $M$  在  $x$  轴上方),  $l$  为  $C$  的准线, 点  $N$  在  $l$  上, 且  $MN \perp l$ , 则  $M$  到直线  $NF$  的距离为

A  $\sqrt{5}$

B  $2\sqrt{2}$

C  $2\sqrt{3}$

D  $3\sqrt{3}$

二、填空题, 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分

13. 函数  $f(x)=2\cos x+\sin x$  的最大值为\_\_\_\_\_

14. 已知函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbb{R}$  上的奇函数, 当  $x \in (-\infty, 0)$  时,  $f(x) = 2x^3 + x^2$ ,

则  $f(2) =$  \_\_\_\_\_

15. 长方体的长宽高分别为 3,2,1, 其顶点都在球  $O$  的球面上, 则球  $O$  的表面积为\_\_\_\_\_

16.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 若  $2b\cos B = a\cos C + c\cos A$ , 则  $B =$  \_\_\_\_\_

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤, 第 17 至 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 共 60 分。

17. (12 分)

已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 等比数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ ,  $a_1 = -1$ ,  $b_1 = 1$ ,  $a_3 + b_2 = 2$ .

(1) 若  $a_3 + b_2 = 5$ , 求  $\{b_n\}$  的通项公式;

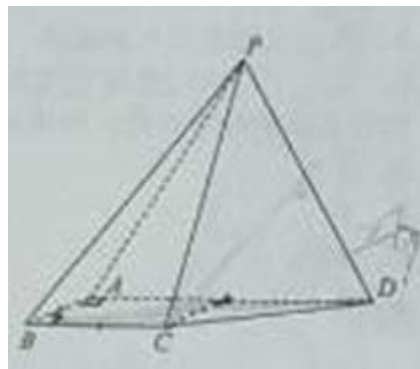
(2) 若  $T = 21$ , 求  $S_1$

18. (12 分)

如图, 四棱锥  $P-ABCD$  中, 侧面  $PAD$  为等边三角形且垂直于底面  $ABCD$ ,  $AB = BC = \frac{1}{2}AD$ ,  $\angle BAD = \angle$

$ABC = 90^\circ$ 。

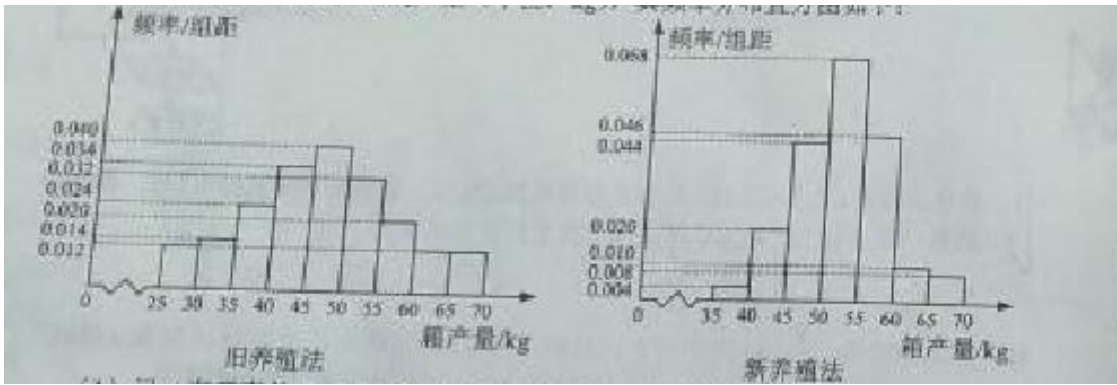
(1) 证明: 直线  $BC \parallel$  平面  $PAD$ ;



(2) 若  $\triangle PAD$  面积为  $2\sqrt{7}$ , 求四棱锥  $P-ABCD$  的体积。

19 (12 分)

海水养殖场进行某水产品的新、旧网箱养殖方法的产量对比, 收获时各随机抽取了 100 个网箱, 测量各箱水产品的产量 (单位:  $\text{kg}$ ), 其频率分布直方图如下:



- (1) 记 A 表示事件“旧养殖法的箱产量低于 50kg”，估计 A 的概率；  
 (2) 填写下面列联表，并根据列联表判断是否有 99% 的把握认为箱产量与养殖方法有关：

	箱产量 < 50 kg	箱产量 ≥ 50 kg
旧养殖法		
新养殖法		

- (3) 根据箱产量的频率分布直方图，对两种养殖方法的优劣进行比较。

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
$k$	3.841	6.635	10.828
$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$			

附：

## 20. (12 分)

设  $O$  为坐标原点，动点  $M$  在椭圆  $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$  上，过  $M$  作  $x$  轴的垂线，垂足为  $N$ ，点  $P$  满足  $\overline{NP} = \sqrt{2} \overline{NM}$

- (1) 求点  $P$  的轨迹方程；  
 (2) 设点  $Q$  在直线  $x=-3$  上，且  $\overline{OP} \cdot \overline{PQ} = 1$  .证明过点  $P$  且垂直于  $OQ$  的直线  $l$  过  $C$  的左焦点  $F$

(21) (12 分)

设函数  $f(x) = (1-x^2)e^x$ .

- (1) 讨论  $f(x)$  的单调性；  
 (2) 当  $x \geq 0$  时， $f(x) \leq ax+1$ ，求  $a$  的取值范围.

(二) 选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 以坐标原点为极点, 学科网  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系。曲线  $C_1$  的极坐标方程为  $\rho \cos \theta = 4$

(1)  $M$  为曲线  $C_1$  的动点, 点  $P$  在线段  $OM$  上, 且满足  $|OM| \cdot |OP| = 16$ , 求点  $P$  的轨迹  $C_2$  的直角坐标方程;

(2) 设点  $A$  的极坐标为  $(2, \frac{\pi}{3})$ , 点  $B$  在曲线  $C_2$  上, 求  $\triangle OAB$  面积的最大值。

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知  $a > 0, b > 0, a^2 + b^2 = 2$ 。证明:

(1)  $(a + b)(a^2 + b^2) \geq 4$ ;

(2)  $a + b \leq 2$ 。