2017年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. $\dfrac{3+i}{1+i}=$（　　）

A．$1+2i$　　B．$1-2i$　　C．$2+i$　　D．$2-i$

2.设集合 $A=\{1,2,4\}$，$B=\{x|x^2-4x+m=0\}$．若 $A\cap B=\{1\}$，则 $B=$（　　）

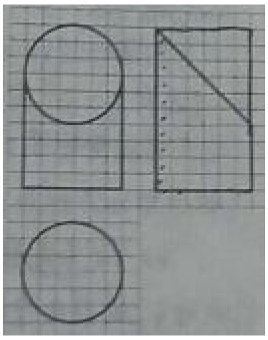
A．$\{1,-3\}$　　B．$\{1,0\}$　　C．$\{1,3\}$　　D．$\{1,5\}$

3.我国古代数学名著《算法统宗》中有如下问题：“远望巍巍塔七层，红光点点倍加增，共灯三百八十一，请问尖头几盏灯？”意思是：一座 7 层塔共挂了 381 盏灯，且相邻两层中的下一层灯数是上一层灯数的 2 倍，则塔的顶层共有灯（　　）

A．1 盏　　B．3 盏　　C．5 盏　　D．9 盏

4.如图，网格纸上小正方形的边长为 1，学 科&网粗实线画出的是某几何体的三视图，该几何体由一平面将一圆柱截去一部分所得，则该几何体的体积为（　　）

A．90π　　B．63π　　C．42π　　D．36π



5.设 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}2x+3y-3\le 0\\2x-3y+3\ge 0\\y+3\ge 0\end{cases}$，则 $z=2x+y$ 的最小值是（　　）

A．-15　　B．-9　　C．1　　D．9

6.安排 3 名志愿者完成 4 项工作，每人至少完成 1 项，每项工作由 1 人完成，则不同的安排方式共有（　　）

A．12 种　　B．18 种　　C．24 种　　D．36 种

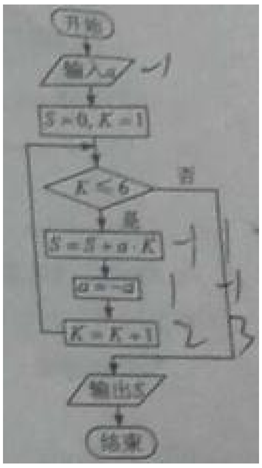
7.甲、乙、丙、丁四位同学一起去问老师询问成语竞赛的成绩．老师说：你们四人中有 2 位优秀，2 位良好，我现在给甲看乙、丙的成绩，给乙看丙的成绩，给丁看甲的成绩．看后甲对大家说：我还是不知道我的成绩．根据以上信息，则（　　）

A．乙可以知道四人的成绩　　B．丁可以知道四人的成绩

C．乙、丁可以知道对方的成绩　　D．乙、丁可以知道自己的成绩

8.执行右面的程序框图，如果输入的 $a=-1$，则输出的 $S=$（　　）

A．2　　B．3　　C．4　　D．5



9.若双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的一条渐近线被圆$\left(x-2\right)^2+y^2=4$所截得的弦长为2，则C的离心率为（　　）

A．2　　　　B．$\sqrt{3}$　　　　C．$\sqrt{2}$　　　　D．$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

10.已知直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$\angle ABC=120^\circ$，$AB=2$，$BC=CC_1=1$，则异面直线AB_1与BC_1所成角的余弦值为（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　　　B．$\dfrac{\sqrt{15}}{5}$　　　　C．$\dfrac{\sqrt{10}}{5}$　　　　D．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

11.若$x=-2$是函数$f(x)=(x^2+ax-1)e^{x-1}$的极值点，则$f(x)$的极小值为（　　）

A.-1　　　　B.$-2e^{-3}$　　　　C.$5e^{-3}$　　　　D.1

12.已知ΔABC是边长为2的等边三角形，P为平面ABC内一点，则$\overrightarrow{PA}\cdot(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})$的最小值是（　　）

A.-2　　　　B.$-\dfrac{3}{2}$　　　　C.$-\dfrac{4}{3}$　　　　D.-1

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13.一批产品的二等品率为0.02，从这批产品中每次随机取一件，有放回地抽取100次，X表示抽到的二等品件数，则$DX=$__________.

14.函数$f\left(x\right)=\sin^2 x+\sqrt{3}\cos x-\dfrac{3}{4}$（$x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$）的最大值是__________.

15.等差数列$\left\{a_n\right\}$的前n项和为S_n，$a_3=3$，$S_4=10$，则$\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{1}{S_k}=$__________.

16.已知F是抛物线$C:y^2=8x$的焦点，M是C上一点，FM的延长线交y轴于点N．若M为FN的中点，

则$|\mathrm{FN}|=$____________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、解答过程或演算步骤。第 17~21 题为必做题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.（12 分）

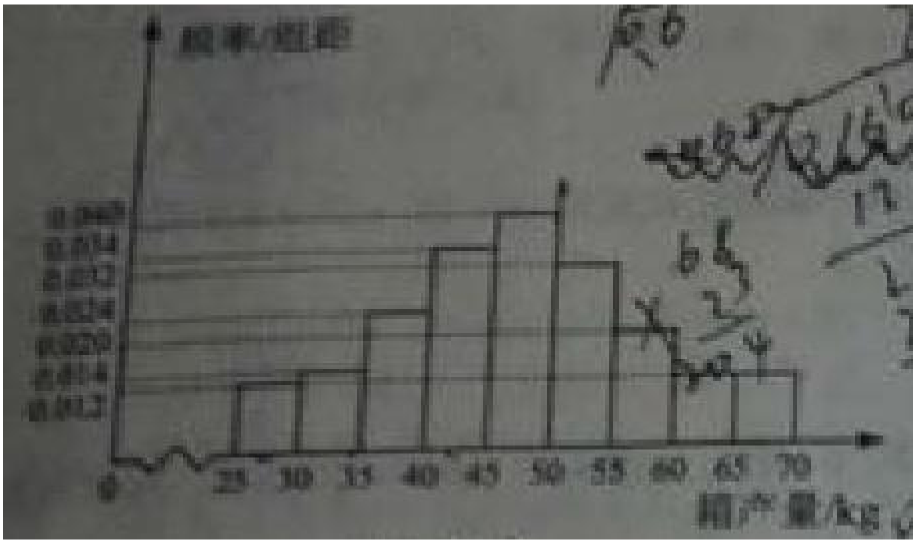
ΔABC的内角A,B,C的对边分别为a,b,c ,已知$\sin(A+C)=8\sin^2\dfrac{B}{2}$.

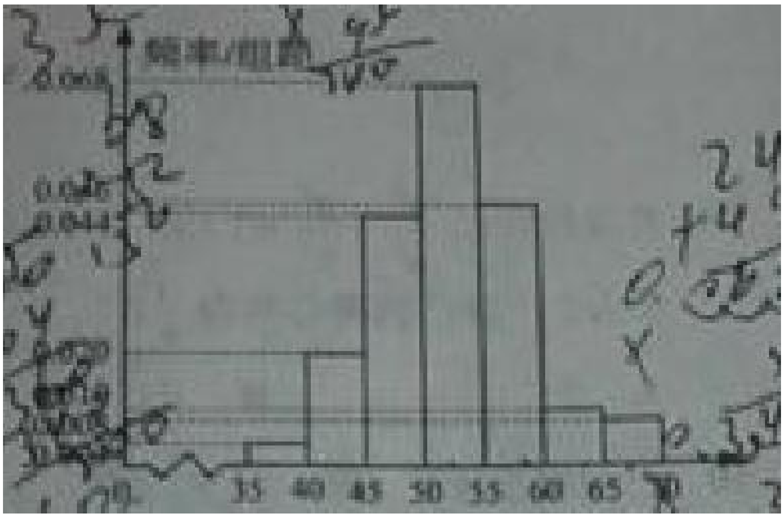
(1)求$\cos B$

(2)若$a+c=6$ ，ΔABC面积为 2,求b.

18.（12 分）

淡水养殖场进行某水产品的新、旧网箱养殖方法的产量对比，收获时各随机抽取 100 个网箱，测量各箱水产品的产量（单位：kg）某频率直方图如下：





（1） 设两种养殖方法的箱产量相互独立，记 A 表示事件：旧养殖法的箱产量低于 50kg, 新养殖法的箱产量不低于 50kg,估计 A 的概率；

（2） 填写下面列联表，并根据列联表判断是否有 99%的把握认为箱产量与养殖方法有关：

	箱产量 < 50 kg	箱产量 ≥ 50 kg
旧养殖法		
新养殖法		

（3） 根据箱产量的频率分布直方图，求新养殖法箱产量的中位数的估计值（精确到 0.01）

附：

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

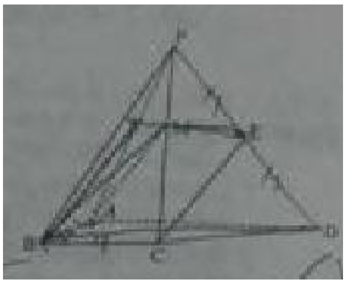
$$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}.$$

19.（12 分）

如图，四棱锥 P-ABCD 中，侧面 PAD 为等比三角形且垂直于底面三角形 BCD，$AB=BC=\frac{1}{2}AD,\angle BAD=\angle ABC=90^0$，E 是 PD 的中点

（1）证明：学|科网直线 $CE//$ 平面 PAB

（2）点 M 在棱 PC 上，且直线 BM 与底面 ABCD 所成锐角为 45^0，求二面角 M-AB-D 的余弦值



20. （12 分）

设 O 为坐标原点，动点 M 在椭圆 C：$\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 上，过 M 做 x 轴的垂线，垂足为 N，点 P 满足 $\overrightarrow{NP}=\sqrt{2}\overrightarrow{NM}$.

(1) 求点 P 的轨迹方程；

(2) 设点 Q 在直线 x=-3 上，且 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{PQ}=1$.证明：过点 P 且垂直于 OQ 的直线 l 过 C 的左焦点 F.

21.（12 分）

已知函数 $f(x)=ax^3-ax-x\ln x$, 且 $f(x)\geq 0$.

（1）求 a；

（2）证明：$f(x)$ 存在唯一的极大值点 x_0，且 $e^{-2}<f(x_0)<2^{-3}$.

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，按所做的第一题计分。

22.[选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系 xoy 中，以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_1 的极坐标方程为

$\rho\cos\theta=4$.

（1）M 为曲线 C_1 上的动点，点 P 在线段 OM 上，且满足 $OM\cdot OP=16$,求点 P 的轨迹 C_2 的直角坐标方程；

（2）设点 A 的极坐标为 $(2,\dfrac{\pi}{3})$，点 B 在曲线 C_2 上，求 ΔOAB 面积的最大值.

23.[选修 4-5：不等式选讲]（10 分）

已知 $a>0,b>0,a^2+b^2=2$，证明：

（1）$(a+b)(a^3+b^3)\geq 4$；

（2）$a+b\leq 2$.