# 2015年普通高等学校招生全国统一考试（四川）

## 数学（理科）

### 第I卷（共50分）

**一、选择题：本大题共10个小题,每小题5分,共50分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1.设集合$A=\{x\mid (x+1)(x-2)<0\}$，集合$B=\{x\mid 1<x<3\}$，则$A\cup B=$（ ）

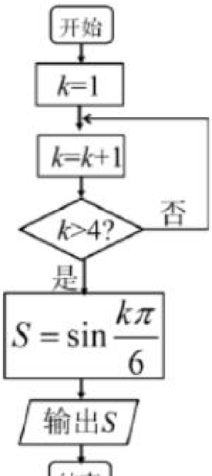
A.{x|-1<x<3}　B.{x|-1<x<1}　C.{x|1<x<2}　D.{x|2<x<3}

2.设 i 是虚数单位，则复数$i^3-\frac{2}{i}$=（ ）

A.-i　B.-3i　C.i.　D.3i

3.执行如图所示的程序框图，输出 S 的值是（ ）

A.$-\frac{\sqrt{3}}{2}$　B.$\frac{\sqrt{3}}{2}$　C.$-\frac{1}{2}$　D.$\frac{1}{2}$



4.下列函数中，最小正周期为 $\pi$ 且图象关于原点对称的函数是( )

A. $y=\cos(2x+\frac{\pi}{2})$　　B. $y=\sin(2x+\frac{\pi}{2})$

C. $y=\sin 2x+\cos 2x$　　D. $y=\sin x+\cos x$

5. 过双曲线 $x^2-\frac{y^2}{3}=1$ 的右焦点且与 x 轴垂直的直线，交该双曲线的两条渐近线于 A，B 两点，则 $|AB|=$ （　　）

A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C.6　　D. $4\sqrt{3}$

6.用数字 0，1，2，3，4，5 组成没有重复数字的五位数，其中比 40000 大的偶数共有（　　）

A.144 个　　B.120 个　　C.96 个　　D.72 个

7. 设四边形 ABCD 为平行四边形，$|\overrightarrow{AB}|=6$，$|\overrightarrow{AD}|=4$.若点 M，N 满足 $\overrightarrow{BM}=3\overrightarrow{MC}$，$\overrightarrow{DN}=2\overrightarrow{NC}$，则 $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{NM}=$ （　　）

A.20　　B.15　　C.9　　D.6

8.设 a，b 都是不等于 1 的正数，则 “$3^a>3^b>3$” 是 “$\log_a 3<\log_b 3$” 的

A.充要条件　　B.充分不必要条件

C.必要不充分条件　　D.既不充分也不必要条件

9. 如果函数 $f(x)=\frac{1}{2}(m-2)x^2+(n-8)x+1(m\geq 0,\ n\geq 0)$ 在区间 $\left[\frac{1}{2},\ 2\right]$ 单调递减, 则 mn 的最大值为（ ）

A.16　　B.18　　C.25　　D. $\frac{81}{2}$

10. 设直线 l 与抛物线 $y^2=4x$ 相交于 A，B 两点，与圆 $(x-5)^2+y^2=r^2(r>0)$ 相切于点 M，且 M 为线段 AB 的中点.若这样的直线 l 恰有 4 条，则 r 的取值范围是（ ）

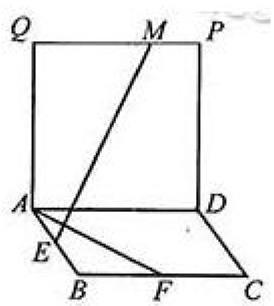
A. $(1,3)$　B. $(1,4)$　C. $(2,3)$　D. $(2,4)$

**第Ⅱ卷（共 100 分）**

**二、填空题（每题 5 分，满分 25 分，将答案填在答题纸上）**

11. 在 $(2x-1)^5$ 的展开式中，含 $x^2$ 的项的系数是____（用数字作答）.

12. $\sin 15^\circ+\sin 75^\circ$ 的值是_____.



13. 某食品的保鲜时间 y（单位：小时）与储存温度 x（单位：$^{\circ}C$）满足函数关系 $y=e^{kx+b}$（$e=2.718\cdots$为自然对数的底数，k、b 为常数）。若该食品在 0 $^{\circ}C$ 的保鲜时间设计 192 小时，在 22 $^{\circ}C$ 的保鲜时间是 48 小时，则该食品在 33 $^{\circ}C$ 的保鲜时间是______小时.

14. 如图，四边形 ABCD 和 ADPQ 均为正方形，它们所在的平面互相垂直，动点 M 在线段 PQ 上，E、F 分别为 AB、BC 的中点。设异面直线 EM 与 AF 所成的角为$\theta$，则$\cos\theta$的最大值为_____ .

15.已知函数$f(x)=2^x$，$g(x)=x^2+ax$（其中$a\in R$）。对于不相等的实数$x_1,x_2$，设

$m=\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$，$n=\dfrac{g(x_1)-g(x_2)}{x_1-x_2}$，

现有如下命题：

（1）对于任意不相等的实数$x_1,x_2$，都有$m>0$；

（2）对于任意的 a 及任意不相等的实数$x_1,x_2$，都有$n>0$；

（3）对于任意的 a，存在不相等的实数$x_1,x_2$，使得$m=n$；

（4）对于任意的 a，存在不相等的实数$x_1,x_2$，使得$m=-n$。

其中的真命题有 ____（写出所有真命题的序号）。

**三、解答题（本大题共 6 小题，共 75 分，解答应写出文字说明，证明过程演算步骤）**

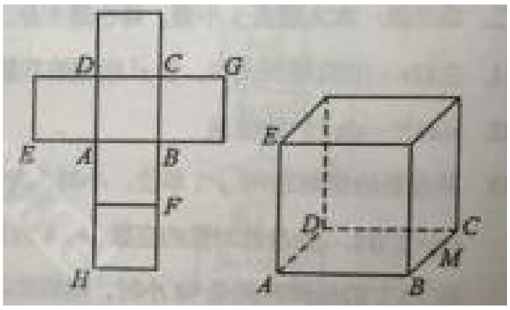
16、（本题满分 12 分）数列$\{a_n\}(n=1,2,3\ldots)$的前$n$项和$S_n$满足$S_n=2a_n-a_1$，且$a_1,a_2+1,a_3$成等差数列

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式

（Ⅱ）记数列$\{\frac{1}{a_n}\}$的前项和$T_n$，求使得$|T_n-1|<\frac{1}{1000}$成立$n$的最小值。

17、（本题满分 12 分）某市 A、B 两所中学的学生组队参加辩论赛，A 中学推荐了 3 名男生，2 名女生，A 中学推荐了 3 名男生，4 名女生，两校所推荐的学生一起参加集训，由于集训后队员水平相当，从参加集训的男生中随机抽取 3 人，从参加集训的女生中随机抽取 3 人组成代表队

（Ⅰ）求 A 中学至少有一名学生入选代表队的概率



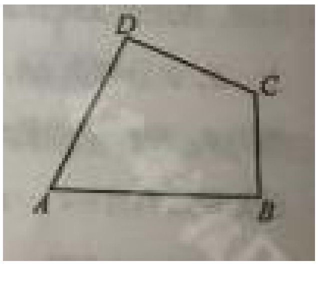

（Ⅱ）某场比赛前，从代表队的 6 名中随机抽取 4 名参赛，记 X 表示参赛的男生人数，求 X 的分布列于数学期望。

18、(本题满分 12 分）一个正方体的平面展开图和直观图的示意图如图所示，在正方体中，设 BC 的中点为 M,GH 的中点为 N

（Ⅰ）请将字母 F、G、H 标记在正方体的直观意图相应的顶点处（不要求说明理由）

（Ⅱ）证明：直线 $MN//$ 平面 $BDH$

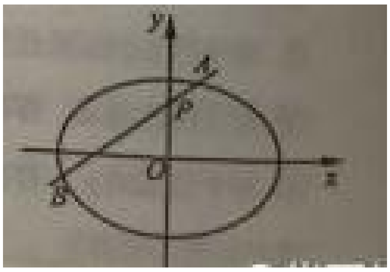
（Ⅲ）求二面角 A-EG-M 的余弦值



19、（本题满分 12 分）如图 A、B、C、D 为平面四边形 ABCD 的四个内角

（Ⅰ）证明：$\tan\dfrac{A}{2}=\dfrac{1-\cos A}{\sin A}$

（Ⅱ）若 A+C=$180^0$,AB=6，BC=3，CD=4，AD=5 求：$\tan\dfrac{A}{2}+\tan\dfrac{B}{2}+\tan\dfrac{C}{2}+\tan\dfrac{D}{2}$ 的值




20、（本题满分 13 分）

如图，椭圆 E: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率是 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，过点 P(0，1)的动直线 $l$ 与椭圆交于 A、B 两点当直线 $l$ 平行于 x 轴时，直线 $l$ 被椭圆 E 截的线段长为 $2\sqrt{2}$

（Ⅰ）求椭圆 E 的方程

（Ⅱ）在平面直角坐标系中是否存在与点 P 不同的定点 Q,使得$\frac{|QA|}{|QB|}=\frac{|PA|}{|PB|}$恒成立，若存在，求出 Q 点的坐标，若不存在，说明理由

21、（本题满分 14 分）已知函数$f(x)=-2(x+a)\ln x+x^2-2ax-2a^2+a$，其中$a>0$，

（Ⅰ）设$g(x)$是$f(x)$的导函数，讨论函数$g(x)$的单调性

（Ⅱ）证明：存在$a\in(0,1)$使得$f(x)\geq 0$在区间$(1,+\infty)$内恒成立，且$f(x)=0$在区间$(1,+\infty)$内有唯一解