2017年高考江苏卷数学试题（标准答案）

一 、填空题: 本题考查基础知识、 基本运算和基本思想方法. 每小题 5 分， 共计 70 分.

1. 1　　2. $\sqrt{10}$　　3.18　　4. -2　　5. $\frac{7}{5}$

6. $\frac{3}{2}$　　7. $\frac{5}{9}$　　8. $2\sqrt{3}$　　9. 32　　10.30

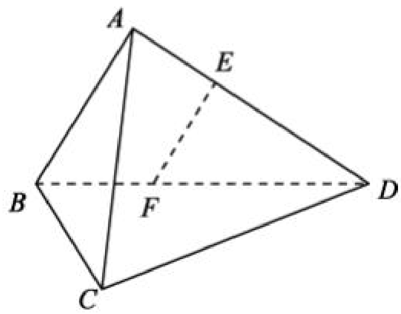
11. $[-1,\frac{1}{2}]$　　12.3　　13. $[-5\sqrt{2},1]$　　14. 8

二 、 解答题

15.本小题主要考查直线与直线、直线与平面以及平面与平面的位置关系， 考查空间想象能力 和推理论证能力.满分 14 分.

证明：（1）在平面 ABD 内，因为 $AB\perp AD$， $EF\perp AD$，所以 $EF/\!/AB$.

又因为 $EF\not\subset$ 平面 ABC， $AB\subset$ 平面 ABC，所以 $EF/\!/$ 平面 ABC.



（第 15 题）

（2）因为平面 $ABD\perp$ 平面 BCD，

平面 $ABD\cap$ 平面 $BCD=BD$，

$BC\subset$ 平面 BCD， $BC\perp BD$，

所以 $BC\perp$ 平面 ABD.

因为 $AD\subset$ 平面 ABD，所以 $BC\perp AD$.

又 $AB\perp AD$，$BC\cap AB=B$， $AB\subset$ 平面 ABC，$BC\subset$ 平面 ABC，

所以 $AD\perp$ 平面 ABC，

又因为 $AC\subset$ 平面 ABC，

所以 $AD\perp AC$.

16.本小题主要考查向量共线、数量积的概念及运算， 考查同角三角函数关系、诱导公式、两角 和(差)的三角函数、三角函数的图像与性质， 考查运算求解能力.学科.网满分 14 分.

解：（1）因为 $\boldsymbol{a}=(\cos x,\sin x)$， $\boldsymbol{b}=(3,-\sqrt{3})$，$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，

所以 $-\sqrt{3}\cos x=3\sin x$.

若 $\cos x=0$，则 $\sin x=0$，与 $\sin^2 x+\cos^2 x=1$ 矛盾，故 $\cos x\neq 0$.

于是 $\tan x=-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

又 $x\in[0,\pi]$，所以 $x=\frac{5\pi}{6}$.

（2）$f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=(\cos x,\sin x)\cdot(3,-\sqrt{3})=3\cos x-\sqrt{3}\sin x=2\sqrt{3}\cos(x+\frac{\pi}{6})$.

因为$x\in[0,\pi]$，所以$x+\frac{\pi}{6}\in[\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}]$，

从而$-1\le\cos(x+\frac{\pi}{6})\le\frac{\sqrt{3}}{2}$.

于是，当$x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$，即$x=0$时，$f(x)$取到最大值3；

当$x+\frac{\pi}{6}=\pi$，即$x=\frac{5\pi}{6}$时，$f(x)$取到最小值$-2\sqrt{3}$.

17.本小题主要考查直线方程、直线与直线的位置关系、椭圆方程、椭圆的几何性质等基础知 识， 考查分析问题能力和运算求解能力.满分 14 分.

解：（1）设椭圆的半焦距为c.

因为椭圆E的离心率为$\frac{1}{2}$，两准线之间的距离为8，所以$\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$，$\frac{2a^2}{c}=8$，

解得$a=2,c=1$，于是$b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{3}$，

因此椭圆E的标准方程是$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

（2）由（1）知，$F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$.

设$P(x_0,y_0)$，因为点P为第一象限的点，故$x_0>0,y_0>0$.

当$x_0=1$时，l_2与l_1相交于F_1，与题设不符.

当$x_0\ne1$时，直线PF_1的斜率为$\frac{y_0}{x_0+1}$，直线PF_2的斜率为$\frac{y_0}{x_0-1}$.

因为$l_1\perp PF_1$，$l_2\perp PF_2$，所以直线l_1的斜率为$\frac{-x_0+1}{y_0}$，直线l_2的斜率为$-\frac{x_0-1}{y_0}$，

从而直线l_1的方程：$y=-\frac{x_0+1}{y_0}(x+1)$， ①

直线l_2的方程：$y=-\frac{x_0-1}{y_0}(x-1)$. ②

由①②，解得$x=-x_0,y=\frac{1-x_0^2}{y_0}$，所以$Q(-x_0,\frac{1-x_0^2}{y_0})$.

因为点 Q 在椭圆上，由对称性，得 $\dfrac{1-x_0^2}{y_0}=\pm y_0$，即 $x_0^2-y_0^2=1$ 或 $x_0^2+y_0^2=1$.

又 P 在椭圆 E 上，故 $\dfrac{x_0^2}{4}+\dfrac{y_0^2}{3}=1$.

由 $\begin{cases} x_0^2-y_0^2=1 \\ \dfrac{x_0^2}{4}+\dfrac{y_0^2}{3}=1 \end{cases}$，解得 $x_0=\dfrac{4\sqrt{7}}{7}, y_0=\dfrac{3\sqrt{7}}{7}$； $\begin{cases} x_0^2+y_0^2=1 \\ \dfrac{x_0^2}{4}+\dfrac{y_0^2}{3}=1 \end{cases}$，无解.

因此点 P 的坐标为 $(\dfrac{4\sqrt{7}}{7},\dfrac{3\sqrt{7}}{7})$.

18.本小题主要考查正棱柱、正棱台的概念， 考查正弦定理、余弦定理等基础知识， 考查空间 想象能力和运用数学模型及数学知识分析和解决实际问题的能力.满分 16 分.

解:（1）由正棱柱的定义，$CC_1\perp$ 平面 $ABCD$，所以平面 $A_1ACC_1\perp$ 平面 $ABCD$， $CC_1\perp AC$.

记玻璃棒的另一端落在 CC_1 上点 M 处.

因为 $AC=10\sqrt{7}, AM=40$，

所以 $MC=\sqrt{40^2-(10\sqrt{7})^2}=30$，从而 $\sin\angle MAC=\dfrac{3}{4}$，

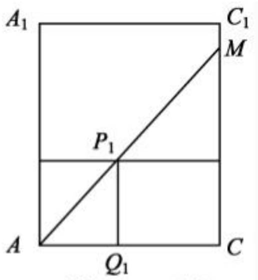
记 AM 与水面的焦点为 P_1,过 P_1 作 $P_1Q_1\perp AC$, Q_1 为垂足，

则 $P_1Q_1\perp$平面 $ABCD$，故 $P_1Q_1=12$，

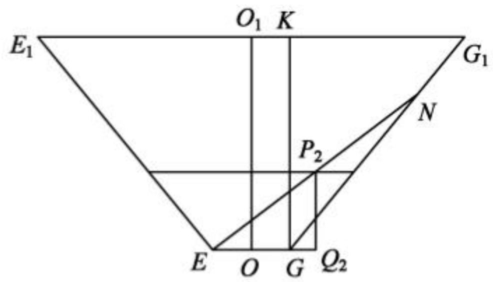
从而 $AP_1=\dfrac{P_1Q_1}{\sin\angle MAC}=16$.

答：玻璃棒 l 没入水中部分的长度为 16cm.

(如果将“没入水中部分冶理解为“水面以上部分冶，则结果为 24cm)



(第 18(1) 题)



(第 18(2) 题)

（2）如图，O，O_1 是正棱台的两底面中心.

由正棱台的定义，$OO_1\perp$平面 $EFGH$， 所以平面 $E_1EGG_1\perp$平面 $EFGH$，$O_1O\perp EG$.

同理，平面 $E_1EGG_1\perp$平面 $E_1F_1G_1H_1$，$O_1O\perp E_1G_1$.

记玻璃棒的另一端落在 GG_1 上点 N 处.学科&网

过 G 作 $GK\perp E_1G$，K 为垂足， 则 $GK=OO_1$=32.

因为 $EG=14$，$E_1G_1=62$，

所以 $KG_1=\dfrac{62-14}{2}=24$，从而 $GG_1=\sqrt{KG_1^2+GK^2}=\sqrt{24^2+32^2}=40$.

设 $\angle EGG_1=\alpha,\angle ENG=\beta$, 则 $\sin\alpha=\sin(\dfrac{\pi}{2}+\angle KGG_1)=\cos\angle KGG_1=\dfrac{4}{5}$.

因为 $\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$，所以 $\cos\alpha=-\dfrac{3}{5}$.

在 $\triangle ENG$ 中，由正弦定理可得 $\dfrac{40}{\sin\alpha}=\dfrac{14}{\sin\beta}$，解得 $\sin\beta=\dfrac{7}{25}$.

因为 $0<\beta<\dfrac{\pi}{2}$，所以 $\cos\beta=\dfrac{24}{25}$.

于是 $\sin\angle NEG=\sin(\pi-\alpha-\beta)=\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=\dfrac{4}{5}\times\dfrac{24}{25}+(-\dfrac{3}{5})\times\dfrac{7}{25}=\dfrac{3}{5}$.

记 EN 与水面的交点为 P_2，过 P_2 作 $P_2Q_2\perp EG$，Q_2 为垂足，则 $P_2Q_2\perp$ 平面 $EFGH$，故 P_2Q_2=12，从而 $EP_2=\dfrac{P_2Q_2}{\sin\angle NEG}=20$.

答:玻璃棒 l 没入水中部分的长度为 20cm.

(如果将“没入水中部分治理解为“水面以上部分治，则结果为 20cm)

19.本小题主要考查等差数列的定义、通项公式等基础知识, 考查代数推理、转化与化归及综 合运用数学知识探究与解决问题的能力.满分 16 分.

证明:（1）因为 $\{a_n\}$ 是等差数列，设其公差为 d，则 $a_n=a_1+(n-1)d$，

从而，当 $n\geq 4$ 时，$a_{n-k}+a_{n+k}=a_1+(n-k-1)d+a_1+(n+k-1)d$

$$=2a_1+2(n-1)d=2a_n，\ k=1,2,3,$$

所以 $a_{n-3}+a_{n-2}+a_{n-1}+a_{n+1}+a_{n+2}+a_{n+3}=6a_n$，

因此等差数列 $\{a_n\}$ 是“$P(3)$ 数列”.

（2）数列 $\{a_n\}$ 既是“$P(2)$ 数列”，又是“$P(3)$ 数列”，因此，

当 $n\geq 3$ 时，$a_{n-2}+a_{n-1}+a_{n+1}+a_{n+2}=4a_n$，①

当 $n\geq 4$ 时，$a_{n-3}+a_{n-2}+a_{n-1}+a_{n+1}+a_{n+2}+a_{n+3}=6a_n$.②

由①知，$a_{n-3}+a_{n-2}=4a_{n-1}-(a_n+a_{n+1})$，③

$a_{n+2}+a_{n+3}=4a_{n+1}-(a_{n-1}+a_n)$，④

将③④代入②，得 $a_{n-1}+a_{n+1}=2a_n$，其中 $n\ge 4$，

所以 $a_3,a_4,a_5,\cdots$ 是等差数列，设其公差为 d'.

在①中，取 $n=4$，则 $a_2+a_3+a_5+a_6=4a_4$，所以 $a_2=a_3-d'$，

在①中，取 $n=3$，则 $a_1+a_2+a_4+a_5=4a_3$，所以 $a_1=a_2-2d'$，

所以数列 $\{a_n\}$ 是等差数列.

20.本小题主要考查利用导数研究初等函数的单调性、极值及零点问题, 考查综合运用数学思 想方法分析与解决问题以及逻辑推理能力.满分 16 分.

解：（1）由 $f(x)=x^3+ax^2+bx+1$，得 $f'(x)=3x^2+2ax+b=3(x+\frac{a}{3})^2+b-\frac{a^2}{3}$.

当 $x=-\frac{a}{3}$ 时，$f'(x)$ 有极小值 $b-\frac{a^2}{3}$.

因为 $f'(x)$ 的极值点是 $f(x)$ 的零点.

所以 $f(-\frac{a}{3})=-\frac{a^3}{27}+\frac{a^3}{9}-\frac{ab}{3}+1=0$，又 $a>0$，故 $b=\frac{2a^2}{9}+\frac{3}{a}$.

因为 $f(x)$ 有极值，故 $f'(x)$=0 有实根，从而 $b-\frac{a^2}{3}=\frac{1}{9a}(27-\mathrm{a}^3)\le 0$，即 $a\ge 3$.

$a=3$ 时，$f'(x)>0(x\ne -1)$，故 $f(x)$ 在 **R** 上是增函数，$f(x)$ 没有极值；

$a>3$ 时，$f'(x)$=0 有两个相异的实根 $x_1=\frac{-a-\sqrt{a^2-3b}}{3}$，$x_2=\frac{-a+\sqrt{a^2-3b}}{3}$.

列表如下

x	$(-\infty,x_1)$	x_1	(x_1,x_2)	x_2	$(x_2,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	–	0	+
$f(x)$	↗	极大值	↘	极小值	↗

故 $f(x)$ 的极值点是 x_1,x_2.

从而 $a>3$，

因此$b=\frac{2a^2}{9}+\frac{3}{a}$，定义域为$(3,+\infty)$.

（2）由（1）知，$\frac{b}{\sqrt{a}}=\frac{2a\sqrt{a}}{9}+\frac{3}{a\sqrt{a}}$.

设$g(t)=\frac{2t}{9}+\frac{3}{t}$，则$g'(t)=\frac{2}{9}-\frac{3}{t^2}=\frac{2t^2-27}{9t^2}$.

当$t\in(\frac{3\sqrt{6}}{2},+\infty)$时，$g'(t)>0$，从而$g(t)$在$(\frac{3\sqrt{6}}{2},+\infty)$上单调递增.

因为$a>3$，所以$a\sqrt{a}>3\sqrt{3}$，故$g(a\sqrt{a})>g(3\sqrt{3})=\sqrt{3}$，即$\frac{b}{\sqrt{a}}>\sqrt{3}$.

因此$b^2>3a$.

（3）由（1）知，$f(x)$的极值点是x_1,x_2，且$x_1+x_2=-\frac{2}{3}a$，$x_1^2+x_2^2=\frac{4a^2-6b}{9}$.

从而$f(x_1)+f(x_2)=x_1^3+ax_1^2+bx_1+1+x_2^3+ax_2^2+bx_2+1$

$$=\frac{x_1}{3}(3x_1^2+2ax_1+b)+\frac{x_2}{3}(3x_2^2+2ax_2+b)+\frac{1}{3}a(x_1^2+x_2^2)+\frac{2}{3}b(x_1+x_2)+2$$

$$=\frac{4a^3-6ab}{27}-\frac{4ab}{9}+2=0$$

记$f(x)$，$f'(x)$所有极值之和为$h(a)$，

因为$f'(x)$的极值为$b-\frac{a^2}{3}=-\frac{1}{9}a^2+\frac{3}{a}$，所以$h(a)=-\frac{1}{9}a^2+\frac{3}{a}$，$a>3$.

因为$h'(a)=-\frac{2}{9}a-\frac{3}{a^2}<0$，于是$h(a)$在$(3,+\infty)$上单调递减.

因为$h(6)=-\frac{7}{2}$，于是$h(a)\ge h(6)$，故$a\le 6$.

因此a的取值范围为$(3,6]$.

21.【选做题】本题包括A、B、C、D四小题，请选定其中两小题，并在相应的答题区域内作答.若多做，则按作答的前两小题评分.解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

A.[选修4-1：几何证明选讲]

本小题主要考查圆与相似三角形等基础知识，考查推理论证能力.满分10 分.

证明：（1）因为 PC 切半圆 O 于点 C，

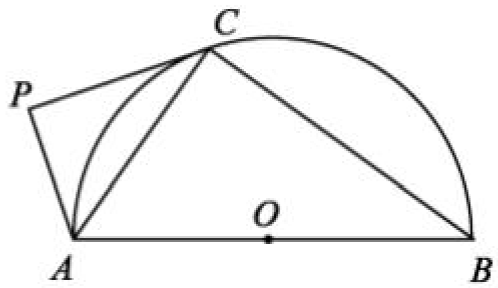
所以 $\angle PCA = \angle CBA$，

因为 AB 为半圆 O 的直径，

所以 $\angle ACB = 90°$，

因为 $AP \perp PC$，所以 $\angle APC = 90°$，

所以 $\angle PAC = \angle CAB$.



（第 21–A 题）

（2）由（1）知 $\triangle APC \backsim \triangle ACB$，故 $\frac{AP}{AC} = \frac{AC}{AB}$，

所以 $AC^2 = AP \cdot AB$.

B. [选修 4-2：矩阵与变换]

本小题主要考查矩阵的乘法、线性变换等基础知识，考查运算求解能力.满分 10 分.

解：（1）因为 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$， $\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$，

所以 $\boldsymbol{AB}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.

（2）设 $Q(x_0, y_0)$ 为曲线 C_1 上的任意一点，

它在矩阵 $\boldsymbol{AB}$ 对应的变换作用下变为 $P(x, y)$，

则 $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$，即 $\begin{cases} 2y_0 = x \\ x_0 = y \end{cases}$，所以 $\begin{cases} x_0 = y \\ y_0 = \frac{x}{2} \end{cases}$.

因为 $Q(x_0, y_0)$ 在曲线 C_1 上，所以 $\frac{{x_0}^2}{8} + \frac{{y_0}^2}{8} = 1$，

从而 $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{8} = 1$，即 $x^2 + y^2 = 8$.

因此曲线 C_1 在矩阵 $\boldsymbol{AB}$ 对应的变换作用下得到曲线 C_2: $x^2+y^2=8$.

C. [选修 4-5：坐标系与参数方程]

本小题主要考查曲线的参数方程及互化等基础知识，考查运算求解能力.满分 10 分.

解：直线 l 的普通方程为 $x-2y+8=0$.

因为点 P 在曲线 C 上，设 $P(2s^2,2\sqrt{2}s)$，

从而点 P 到直线 l 的的距离 $d=\dfrac{|2s^2-4\sqrt{2}s+8|}{\sqrt{(-1)^2+(-2)^2}}=\dfrac{2(s-\sqrt{2})^2+4}{\sqrt{5}}$，

当 $s=\sqrt{2}$ 时，$d_{\min}=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$.

因此当点 P 的坐标为 $(4,4)$ 时，曲线 C 上点 P 到直线 l 的距离取到最小值 $\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$.

D. [选修 4-5：不等式选讲]

本小题主要考查不等式的证明，考查推理论证能力.满分 10 分.

证明：由柯西不等式可得：$(ac+bd)^2\le(a^2+b^2)(c^2+d^2)$，

因为 $a^2+b^2=4, c^2+d^2=16,$

所以 $(ac+bd)^2\le 64$，

因此 $ac+bd\le 8$.

22. **【必做题】本小题主要考查空间向量、异面直线所成角和二面角等基础知识，考查运用空间向量解决问题的能力.满分 10 分.**

解：在平面 $ABCD$ 内，过点 A 作 $AE\perp AD$，交 BC 于点 E.

因为 $AA_1\perp$ 平面 $ABCD$，

所以 $AA_1\perp AE$，$AA_1\perp AD$.

如图，以 $\{\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AA_1}\}$ 为正交基底，建立空间直角坐标系 A-xyz.

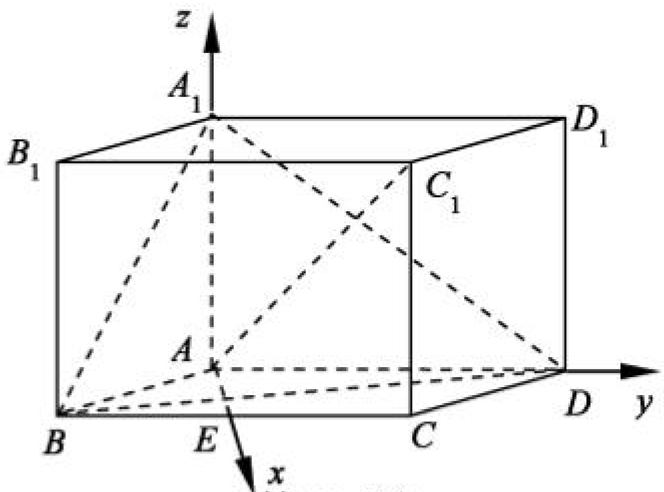
因为 $AB=AD=2$，$AA_1=\sqrt{3}$，$\angle BAD=120^\circ$.

则 $A(0,0,0),B(\sqrt{3},-1,0),D(0,2,0),E(\sqrt{3},0,0),A_1(0,0,\sqrt{3}),C_1(\sqrt{3},1,\sqrt{3})$.

(1) $\overrightarrow{A_1B}=(\sqrt{3},-1,-\sqrt{3}),\overrightarrow{AC_1}=(\sqrt{3},1,\sqrt{3})$，

则 $\cos\left\langle \overrightarrow{A_1B}, \overrightarrow{AC_1} \right\rangle = \dfrac{\overrightarrow{A_1B}\cdot\overrightarrow{AC_1}}{|\overrightarrow{A_1B}||\overrightarrow{AC_1}|} = \dfrac{(\sqrt{3},-1,-\sqrt{3})\cdot(\sqrt{3},1,\sqrt{3})}{7} = -\dfrac{1}{7}$.

因此异面直线 A_1B 与 AC_1 所成角的余弦值为 $\dfrac{1}{7}$.



（第 22 题）

(2)平面 A_1DA 的一个法向量为 $\overrightarrow{AE} = (\sqrt{3},0,0)$.

设 $\boldsymbol{m} = (x,y,z)$ 为平面 BA_1D 的一个法向量，

又 $\overrightarrow{A_1B} = (\sqrt{3},-1,-\sqrt{3}), \overrightarrow{BD} = (-\sqrt{3},3,0)$，

则 $\begin{cases} \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{A_1B} = 0, \\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{BD} = 0, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} \sqrt{3}x - y - \sqrt{3}z = 0, \\ -\sqrt{3}x + 3y = 0. \end{cases}$

不妨取 x=3，则 $y = \sqrt{3}, z = 2$，

所以 $\boldsymbol{m} = (3,\sqrt{3},2)$ 为平面 BA_1D 的一个法向量，

从而 $\cos\left\langle \overrightarrow{AE}, \boldsymbol{m} \right\rangle = \dfrac{\overrightarrow{AE}\cdot\boldsymbol{m}}{|\overrightarrow{AE}||\boldsymbol{m}|} = \dfrac{(\sqrt{3},0,0)\cdot(3,\sqrt{3},2)}{\sqrt{3}\times 4} = \dfrac{3}{4}$,

设二面角 B-A_1D-A 的大小为 θ，则 $|\cos\theta| = \dfrac{3}{4}$.

因为 $\theta \in [0,\pi]$，所以 $\sin\theta = \sqrt{1-\cos^2\theta} = \dfrac{\sqrt{7}}{4}$.

因此二面角 B-A_1D-A 的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{7}}{4}$.

23.**【必做题】本小题主要考查古典概率、随机变量及其分布、数学期望等基础知识, 考查组合数及其性质, 考**

查运算求解能力和推理论证能力.满分 10 分.

解:(1) 编号为 2 的抽屉内放的是黑球的概率 p 为: $p=\dfrac{\mathrm{C}_{m+n-1}^{n-1}}{\mathrm{C}_{m+n}^{n}}=\dfrac{n}{m+n}$.

(2) 随机变量 X 的概率分布为:

X	$\dfrac{1}{n}$	$\dfrac{1}{n+1}$	$\dfrac{1}{n+2}$	$\cdots$	$\dfrac{1}{k}$	$\cdots$	$\dfrac{1}{m+n}$
P	$\dfrac{\mathrm{C}_{n-1}^{n-1}}{\mathrm{C}_{m+n}^{n}}$	$\dfrac{\mathrm{C}_{n}^{n-1}}{\mathrm{C}_{m+n}^{n}}$	$\dfrac{\mathrm{C}_{n+1}^{n-1}}{\mathrm{C}_{m+n}^{n}}$	$\cdots$	$\dfrac{\mathrm{C}_{k-1}^{n-1}}{\mathrm{C}_{m+n}^{n}}$	$\cdots$	$\dfrac{\mathrm{C}_{n+m-1}^{n-1}}{\mathrm{C}_{m+n}^{n}}$

随机变量 X 的期望为：

$$E(X)=\sum_{k=n}^{m+n}\frac{1}{k}\cdot\frac{\mathrm{C}_{k-1}^{n-1}}{\mathrm{C}_{m+n}^{n}}=\frac{1}{\mathrm{C}_{m+n}^{n}}\sum_{k=n}^{m+n}\frac{1}{k}\cdot\frac{(k-1)!}{(n-1)!(k-n)!}.$$

所以 $E(X)<\dfrac{1}{\mathrm{C}_{m+n}^{n}}\displaystyle\sum_{k=n}^{m+n}\frac{(k-2)!}{(n-1)!(k-n)!}=\frac{1}{(n-1)\mathrm{C}_{m+n}^{n}}\sum_{k=n}^{m+n}\frac{(k-2)!}{(n-2)!(k-n)!}$

$$=\frac{1}{(n-1)\mathrm{C}_{m+n}^{n}}(1+\mathrm{C}_{n-1}^{n-2}+\mathrm{C}_{n}^{n-2}+\cdots+\mathrm{C}_{m+n-2}^{n-2})$$

$$=\frac{1}{(n-1)\mathrm{C}_{m+n}^{n}}(\mathrm{C}_{n-1}^{n-1}+\mathrm{C}_{n-1}^{n-2}+\mathrm{C}_{n}^{n-2}+\cdots+\mathrm{C}_{m+n-2}^{n-2})$$

$$=\frac{1}{(n-1)\mathrm{C}_{m+n}^{n}}(\mathrm{C}_{n}^{n-1}+\mathrm{C}_{n}^{n-2}+\cdots+\mathrm{C}_{m+n-2}^{n-2})$$

$$=\cdots=\frac{1}{(n-1)\mathrm{C}_{m+n}^{n}}(\mathrm{C}_{m+n-2}^{n-1}+\mathrm{C}_{m+n-2}^{n-2})$$

$$=\frac{\mathrm{C}_{m+n-1}^{n-1}}{(n-1)\mathrm{C}_{m+n}^{n}}=\frac{n}{(m+n)(n-1)}$$

$$E(X)<\frac{n}{(m+n)(n-1)}.$$