

## 2017年普通高等学校招生全国统一考试（江苏卷）

### 数学 I

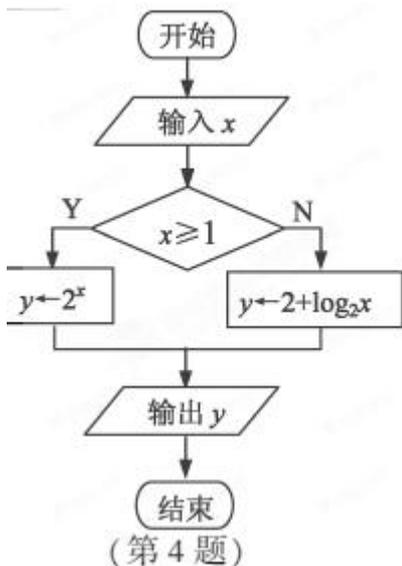
#### 注意事项

考生在答题前请认真阅读本注意事项及各题答题要求

1. 本试卷共 4 页，包含非选择题（第 1 题 ~ 第 20 题，共 20 题）。本卷满分为 160 分，考试时间为 120 分钟。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。
3. 请认真核对监考员在答题上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。
4. 作答试题，必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。
5. 如需改动，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗

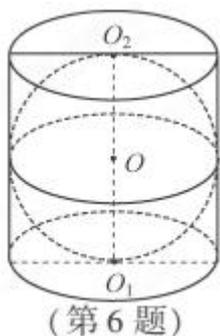
一、填空题：本大题共 14 小题，每小题 5 分，共计 70 分，请把答案填写在答题卡相应位置上

1. 已知集合  $A = \{1, 2\}$ ， $B = \{a, a^2 + 3\}$ ，若  $A \cap B = \{1\}$  则实数  $a$  的值为\_\_\_\_\_
2. 已知复数  $z = (1+i)(1+2i)$ ，其中  $i$  是虚数单位，则  $z$  的模是\_\_\_\_\_
3. 某工厂生产甲、乙、丙、丁四种不同型号的产品，产量分别为 200,400,300,100 件，为检验产品的质量，现用分层抽样的方法从以上所有的产品中抽取 60 件进行检验，则应从丙种型号的产品中抽取\_\_\_\_\_ 件.
4. 右图是一个算法流程图，若输入  $x$  的值为  $\frac{1}{16}$ ，则输出的  $y$  的值是\_\_\_\_\_.



5. 若  $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{6}$ ，则  $\tan \alpha =$ \_\_\_\_\_.

6.如图,在圆柱  $O_1O_2$  内有一个球  $O$ ,该球与圆柱的上、下底面及母线均相切。记圆柱  $O_1O_2$  的体积为  $V_1$ ,球  $O$  的体积为  $V_2$ ,则  $\frac{V_1}{V_2}$  的值是\_\_\_\_\_



7.记函数  $f(x) = \sqrt{6+x-x^2}$  的定义域为  $D$ .在区间  $[-4,5]$  上随机取一个数  $x$ ,则  $x \in D$  的概率是\_\_\_\_\_

8.在平面直角坐标系  $xOy$  中,双曲线  $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$  的右准线与它的两条渐近线分别交于点  $P, Q$ ,其焦点是  $F_1, F_2$ ,则四边形  $F_1PF_2Q$  的面积是\_\_\_\_\_

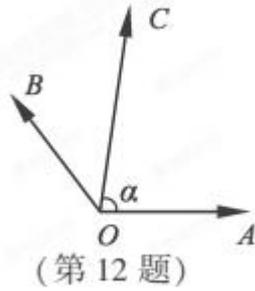
9.等比数列  $\{a_n\}$  的各项均为实数,其前  $n$  项的和为  $S_n$ ,已知  $S_3 = \frac{7}{4}, S_6 = \frac{63}{4}$ ,  
则  $a_8 =$ \_\_\_\_\_

10.某公司一年购买某种货物 600 吨,每次购买  $x$  吨,运费为 6 万元/次,一年的总存储费用为  $4x$  万元,要使一年的总运费与总存储费之和最小,则  $x$  的值是\_\_\_\_\_

11.已知函数  $f(x) = x^3 - 2x + e^x - \frac{1}{e^x}$ ,其中  $e$  是自然数对数的底数,若

$f(a-1) + f(2a^2) \leq 0$ ,则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

12.如图,在同一个平面内,向量  $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$ ,的模分别为  $1, 1, \sqrt{2}$ ,  $\vec{OA}$  与  $\vec{OC}$  的夹角为  $\alpha$ ,且  $\tan \alpha = 7$ ,  
 $\vec{OB}$  与  $\vec{OC}$  的夹角为  $45^\circ$ 。若  $\vec{OC} = m\vec{OA} + n\vec{OB}$  ( $m, n \in \mathbb{R}$ ),则  $m+n =$ \_\_\_\_\_



13. 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $A(-12,0)$ ,  $B(0,6)$ , 点  $P$  在圆  $O: x^2+y^2=50$  上, 若  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} \leq 20$ , 则点  $P$  的横坐标的取值范围是\_\_\_\_\_

14. 设  $f(x)$  是定义在  $\mathbb{R}$  且周期为 1 的函数, 在区间  $[0,1)$  上,  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \in D \\ x, & x \notin D \end{cases}$  其中集合

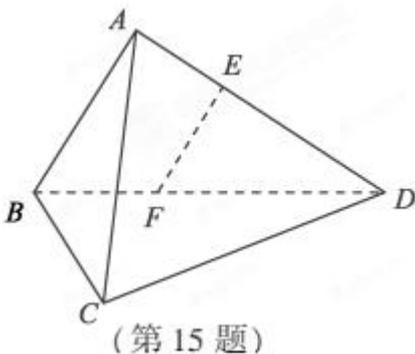
$D = \left\{ x \mid x = \frac{n-1}{n}, n \in \mathbb{N}^+ \right\}$ , 则方程  $f(x) - \lg x = 0$  的解的个数是\_\_\_\_\_.

15. (本小题满分 14 分)

如图, 在三棱锥  $A-BCD$  中,  $AB \perp AD$ ,  $BC \perp BD$ , 平面  $ABD \perp$  平面  $BCD$ , 点  $E, F$  ( $E$  与  $A, D$  不重合) 分别在棱  $AD, BD$  上, 且  $EF \perp AD$ .

求证: (1)  $EF \parallel$  平面  $ABC$ ;

(2)  $AD \perp AC$ .



16. (本小题满分 14 分)

已知向量  $\mathbf{a} = (\cos x, \sin x)$ ,  $\mathbf{b} = (3, -\sqrt{3})$ ,  $x \in [0, \pi]$ .

(1) 若  $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ , 求  $x$  的值;

(2) 记  $f(x) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ , 求  $f(x)$  的最大值和最小值以及对应的  $x$  的值

17. (本小题满分 14 分)

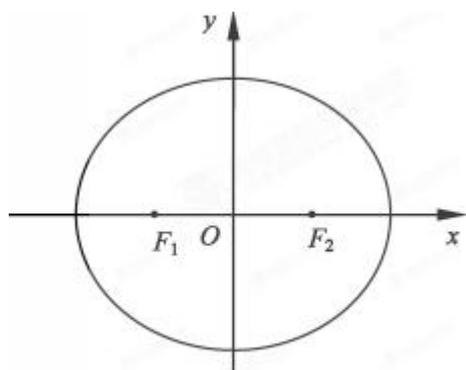
如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 离心率

为  $\frac{1}{2}$ ，两准线之间的距离为 8. 点  $P$  在椭圆  $E$  上，且位于第一象限，过点  $F_1$  作直线  $PF_1$  的垂线  $l_1$ ，过点  $F_2$  作

直线  $PF_2$  的垂线  $l_2$ .

(1) 求椭圆  $E$  的标准方程;

(2) 若直线  $l_1, l_2$  的交点  $Q$  在椭圆  $E$  上，求点  $P$  的坐标.



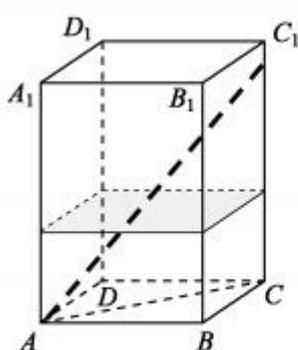
(第 17 题)

18. (本小题满分 16 分)

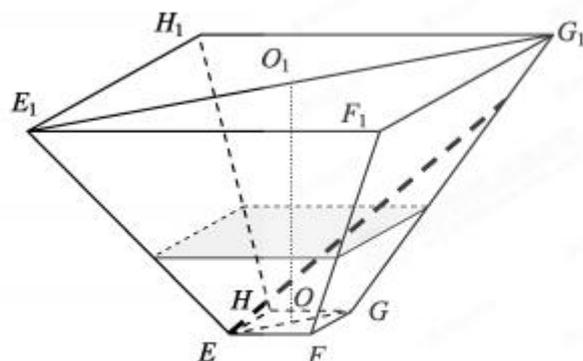
如图，水平放置的正四棱柱形玻璃容器 I 和正四棱台形玻璃容器 II 的高均为 32cm，容器 I 的底面对角线  $AC$  的长为  $10\sqrt{7}$  cm，容器 II 的两底面对角线  $EG, E_1G_1$  的长分别为 14cm 和 62cm. 分别在容器 I 和容器 II 中注入水，水深均为 12cm. 现有一根玻璃棒  $l$ ，其长度为 40cm. (容器厚度、玻璃棒粗细均忽略不计)

(1) 将  $l$  放在容器 I 中， $l$  的一端置于点  $A$  处，另一端置于侧棱  $CC_1$  上，求  $l$  没入水中部分的长度;

(2) 将  $l$  放在容器 II 中， $l$  的一端置于点  $E$  处，另一端置于侧棱  $GG_1$  上，求  $l$  没入水中部分的长度.



容器 I



容器 II

(第 18 题)

19. (本小题满分 16 分)

对于给定的正整数  $k$ ，若数列  $\{a_n\}$  满足  $a_{n-k} + a_{n-k+1} + \dots + a_{n-1} + a_{n+1} + \dots + a_{n+k-1} + a_{n+k} = 2ka_n$

$= 2ka_n$  对任意正整数  $n (n > k)$  总成立，则称数列  $\{a_n\}$  是“ $P(k)$ 数列”. 学科@网

(1) 证明：等差数列  $\{a_n\}$  是“ $P(3)$ 数列”；

(1) 若数列  $\{a_n\}$  既是“ $P(2)$ 数列”，又是“ $P(3)$ 数列”，证明： $\{a_n\}$  是等差数列.

20. (本小题满分 16 分)

已知函数  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$  ( $a > 0, b \in \mathbb{R}$ ) 有极值，且导函数  $f'(x)$  的极值点是  $f(x)$  的零点。(极值点是指函数取极值时对应的自变量的值)

(1) 求  $b$  关于  $a$  的函数关系式，并写出定义域；

(2) 证明： $b^2 > 3a$ ；

(3) 若  $f(x), f'(x)$  这两个函数的所有极值之和不小于  $-\frac{7}{2}$ ，求  $a$  的取值范围。

## 2017 年普通高等学校招生全国统一考试（江苏卷）

### 数学 II（附加题）

注意事项

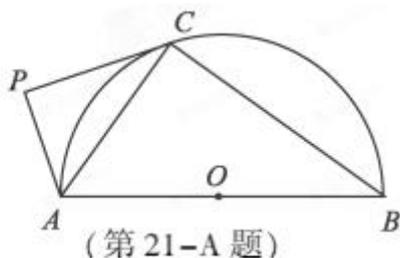
考生在答题前请认真阅读本注意事项及各题答题要求

1. 本试卷共 2 页，均为非选择题（第 21 题 ~ 第 23 题）。本卷满分为 40 分，考试时间为 30 分钟。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。
3. 请认真核对监考员在答题上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。
4. 作答试题，必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。
5. 如需改动，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗

21. 【选做题】本题包括 A、B、C、D 四小题，请选定其中两小题，并在相应的答题区域内作答。若多做，则按作答的前两小题评分。解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

A. 【选修 4-1：几何证明选讲】（本小题满分 10 分）

如图， $AB$  为半圆  $O$  的直径，直线  $PC$  切半圆  $O$  于点  $C$ ， $AP \perp PC$ ， $P$  为垂足。



求证：(1)  $\angle PAC = \angle CAB$ ;

(2)  $AC^2 = AP \cdot AB$ 。

B.[选修 4-2: 矩阵与变换] (本小题满分 10 分)

已知矩阵  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ .

(1) 求  $AB$ ;

若曲线  $C_1: \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$  在矩阵  $AB$  对应的变换作用下得到另一曲线  $C_2$ , 求  $C_2$  的方程.

C.[选修 4-4: 坐标系与参数方程] (本小题满分 10 分)

在平面坐标系中  $xOy$  中, 已知直线  $l$  的参考方程为  $\begin{cases} x = -8 + t \\ y = \frac{t}{2} \end{cases}$  ( $t$  为参数), 曲线  $C$  的参数方程为

$\begin{cases} x = 2s^2, \\ y = 2\sqrt{2}s \end{cases}$  ( $s$  为参数)。设  $p$  为曲线  $C$  上的动点, 求点  $P$  到直线  $l$  的距离的最小值学@科@网

D. [选修 4-5: 不等式选讲] (本小题满分 10 分)

已知  $a, b, c, d$  为实数, 且  $a^2 + b^2 = 4, c^2 + d^2 = 16$ , 证明  $ac + bd \leq 8$ .

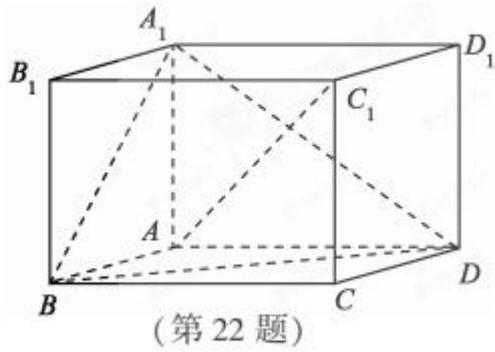
$$\begin{cases} x = 2s^2, \\ y = 2\sqrt{2}s \end{cases}$$

22. (本小题满分 10 分)

如图, 在平行六面体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AA_1 \perp$  平面  $ABCD$ , 且  $AB = AD = 2$ ,  $AA_1 = \sqrt{3}$ ,  $\angle BAD = 120^\circ$ .

(1) 求异面直线  $A_1B$  与  $AC_1$  所成角的余弦值;

(2) 求二面角  $B-A_1D-A$  的正弦值。



23. (本小题满分 10)

已知一个口袋有  $m$  个白球,  $n$  个黑球 ( $m, n \in \mathbb{N}^2, n \geq 2$ ), 这些球除颜色外全部相同。现将口袋中的球随机的逐个取出, 并放入如图所示的编号为  $1, 2, 3, \dots, m+n$  的抽屉内, 其中第  $k$  次取球放入编号为  $k$  的抽屉 ( $k=1, 2, 3, \dots, m+n$ ) .



(1) 试求编号为 2 的抽屉内放的是黑球的概率  $p$ ;

(2) 随机变量  $x$  表示最后一个取出的黑球所在抽屉编号的倒数,  $E(x)$  是  $x$  的数学期望, 证明

$$E(X) < \frac{n}{(m+n)(n-1)}.$$