

2016年普通高等学校招生全国统一考试（浙江卷）

数学（文科）试题参考答案

一、选择题

1. 【答案】C
2. 【答案】C
3. 【答案】D
4. 【答案】B
5. 【答案】D
6. 【答案】A
7. 【答案】B
8. 【答案】A

二、填空题

9. 【答案】80；40.
10. 【答案】(-2, -4); 5.
11. 【答案】 $\sqrt{2}$; 1.
12. 【答案】-2; 1.
13. 【答案】 $(2\sqrt{7}, 8)$.
14. 【答案】 $\frac{\sqrt{6}}{6}$
15. 【答案】 $\sqrt{7}$

三、解答题

16.

【答案】（1）证明详见解析；（2） $\cos C = \frac{22}{27}$.

【解析】

试题分析：本题主要考查三角函数及其变换、正弦和余弦定理等基础知识，同时考查运算求解能力.

试题解析：（1）由正弦定理得 $\sin B + \sin C = 2 \sin A \cos B$,

故 $2 \sin A \cos B = \sin B + \sin(A + B) = \sin B + \sin A \cos B + \cos A \sin B$,

于是, $\sin B = \sin(A - B)$,

又 $A, B \in (0, \pi)$, 故 $0 < A - B < \pi$, 所以 $B = \pi - (A - B)$ 或 $B = A - B$,

因此, $A = \pi$ (舍去) 或 $A = 2B$,

所以, $A = 2B$.

$$(2) \text{ 由 } \cos B = \frac{2}{3}, \text{ 得 } \sin B = \frac{\sqrt{5}}{3}, \cos 2B = 2\cos^2 B - 1 = -\frac{1}{9},$$

$$\text{故 } \cos A = -\frac{1}{9}, \sin A = \frac{4\sqrt{5}}{9},$$

$$\cos C = -\cos(A + B) = -\cos A \cos B + \sin A \sin B = \frac{22}{27}.$$

考点: 三角函数及其变换、正弦和余弦定理.

【结束】

17.

$$\text{【答案】 (1) } a_n = 3^{n-1}, n \in N^*; \quad (2) T_n = \begin{cases} 2, n=1 \\ \frac{3^n - n^2 - 5n + 11}{2}, n \geq 2, n \in N^* \end{cases}.$$

【解析】

试题分析: 本题主要考查等差、等比数列的基础知识, 同时考查数列基本思想方法, 以及推理论证能力.

$$\text{试题解析: (1) 由题意得: } \begin{cases} a_1 + a_2 = 4 \\ a_2 = 2a_1 + 1 \end{cases}, \text{ 则 } \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 3 \end{cases},$$

又当 $n \geq 2$ 时, 由 $a_{n+1} - a_n = (2S_n + 1) - (2S_{n-1} + 1) = 2a_n$,

得 $a_{n+1} = 3a_n$,

所以, 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 3^{n-1}, n \in N^*$.

$$(2) \text{ 设 } b_n = |3^{n-1} - n - 2|, n \in N^*, b_1 = 2, b_2 = 1.$$

当 $n \geq 3$ 时, 由于 $3^{n-1} > n + 2$, 故 $b_n = 3^{n-1} - n - 2, n \geq 3$.

设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 则 $T_1 = 2, T_2 = 3$.

$$\text{当 } n \geq 3 \text{ 时, } T_n = 3 + \frac{9(1-3^{n-2})}{1-3} - \frac{(n+7)(n-2)}{2} = \frac{3^n - n^2 - 5n + 11}{2},$$

$$\text{所以, } T_n = \begin{cases} 2, n=1 \\ \frac{3^n - n^2 - 5n + 11}{2}, n \geq 2, n \in N^* \end{cases}$$

考点：等差、等比数列的基础知识.

【结束】

18.

【答案】 (1) 证明详见解析; (2) $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

【解析】

试题分析：本题主要考查空间点、线、面位置关系、线面角等基础知识，同时考查空间想象能力和运算求解能力.

试题解析：(1) 延长 AD, BE, CF 相交于一点 K ，如图所示，

因为平面 $BCFE \perp$ 平面 ABC ，且 $AC \perp BC$ ，所以

$AC \perp$ 平面 BCK ，因此 $BF \perp AC$ ，

又因为 $EF \parallel BC$ ， $BE = EF = FC = 1$ ， $BC = 2$ ，所以

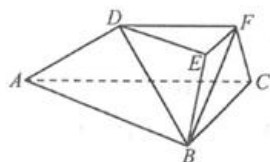
$\triangle BCK$ 为等边三角形，且 F 为 CK 的中点，则 $BF \perp CK$ ，

所以 $BF \perp$ 平面 $ACFD$.

(2) 因为 $BF \perp$ 平面 ACK ，所以 $\angle BDF$ 是直线 BD 与平面 $ACFD$ 所成的角，

在 $Rt\triangle BFD$ 中， $BF = \sqrt{3}$ ， $DF = \frac{3}{2}$ ，得 $\cos \angle BDF = \frac{\sqrt{21}}{7}$ ，

所以直线 BD 与平面 $ACFD$ 所成的角的余弦值为 $\frac{\sqrt{21}}{7}$.



(第 18 题图)

考点：空间点、线、面位置关系、线面角.

【结束】

19.

【答案】 (1) $p=2$; (2) $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$.

【解析】

试题分析：本题主要考查抛物线的几何性质、直线与抛物线的位置关系等基础知识，同时考查解析几何的基本思想方法和综合解题方法.

试题解析：(I) 由题意可得抛物线上点 A 到焦点 F 的距离等于点 A 到直线 $x=-1$ 的距离.

由抛物线的第一得 $\frac{p}{2}=1$, 即 $p=2$.

(II) 由(I)得抛物线的方程为 $y^2=4x$, $F(1,0)$, 可设 $A(t^2, 2t)$, $t \neq 0, t \neq \pm 1$.

因为 AF 不垂直于 y 轴, 可设直线 AF: $x=sy+1$, ($s \neq 0$), 由 $\begin{cases} y^2=4x \\ x=sy+1 \end{cases}$ 消去 x 得

$$y^2 - 4sy - 4 = 0, \text{ 故 } y_1 y_2 = -4, \text{ 所以 } B\left(\frac{1}{t^2}, -\frac{2}{t}\right).$$

又直线 AB 的斜率为 $\frac{2t}{t^2-1}$, 故直线 FN 的斜率为 $-\frac{t^2-1}{2t}$,

从而的直线 FN: $y = -\frac{t^2-1}{2t}(x-1)$, 直线 BN: $y = -\frac{2}{t}$,

所以 $N\left(\frac{t^2+3}{t^2-1}, -\frac{2}{t}\right)$,

设 $M(m, 0)$, 由 A, M, N 三点共线得: $\frac{2t}{t^2-m} = \frac{2t + \frac{2}{t}}{t^2 - \frac{t^2+3}{t^2-1}}$,

于是 $m = \frac{2t^2}{t^2-1}$, 经检验, $m < 0$ 或 $m > 2$ 满足题意.

综上, 点 M 的横坐标的取值范围是 $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$.

考点: 抛物线的几何性质、直线与抛物线的位置关系.

【结束】

20.

【答案】 (I) 证明详见解析; (II) 证明详见解析.

【解析】

试题分析：本题主要考查函数的单调性与最值、分段函数等基础知识，同时考查推理论证能力、分析问题

和解决问题的能力. 第一问, 利用放缩法, 得到 $\frac{1-x^4}{1+x} \leq \frac{1}{1+x}$, 从而得到结论; 第二问, 由 $0 \leq x \leq 1$ 得 $x^3 \leq x$,

进行放缩, 得到 $f(x) \leq \frac{3}{2}$, 再结合第一问的结论, 得到 $f(x) > \frac{3}{4}$, 从而得到结论.

试题解析: (I) 因为 $1-x+x^2-x^3 = \frac{1-(-x)^4}{1-(-x)} = \frac{1-x^4}{1+x}$,

由于 $x \in [0, 1]$, 有 $\frac{1-x^4}{1+x} \leq \frac{1}{1+x}$, 即 $1-x+x^2-x^3 \leq \frac{1}{1+x}$,

所以 $f(x) \geq 1-x+x^2$.

(II) 由 $0 \leq x \leq 1$ 得 $x^3 \leq x$,

故 $f(x) = x^3 + \frac{1}{1+x} \leq x + \frac{1}{1+x} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = \frac{(x-1)(2x+1)}{2(x+1)} + \frac{3}{2} \leq \frac{3}{2}$,

所以 $f(x) \leq \frac{3}{2}$.

由 (I) 得 $f(x) \geq 1-x+x^2 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$,

又因为 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{19}{24} > \frac{3}{4}$, 所以 $f(x) > \frac{3}{4}$,

综上, $\frac{3}{4} < f(x) \leq \frac{3}{2}$.

考点: 函数的单调性与最值、分段函数.