

2016年普通高等学校招生全国统一考试（浙江卷）

数学（理科）

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的。

1. 已知集合 $P = \{x \in \mathbb{R} | 1 \leq x \leq 3\}$, $Q = \{x \in \mathbb{R} | x^2 \geq 4\}$, 则 $P \cup (C_{\mathbb{R}}Q) =$

- A. $[2, 3]$ B. $(-2, 3]$ C. $[1, 2)$ D. $(-\infty, -2] \cup [1, +\infty)$

2. 已知互相垂直的平面 α, β 交于直线 l , 若直线 m, n 满足 $m \parallel \alpha, n \perp \beta$, 则

- A. $m \parallel l$ B. $m \parallel n$ C. $n \perp l$ D. $m \perp n$

3. 在平面上, 过点 P 作直线 l 的垂线所得的垂足称为点 P 在直线 l 上的投影, 由区域 $\begin{cases} x - 2 \leq 0 \\ x + y \geq 0 \\ x - 3y + 4 \geq 0 \end{cases}$ 中的点

在直线 $x + y - 2 = 0$ 上的投影构成的线段记为 AB , 则 $|AB| =$

- A. $2\sqrt{2}$ B. 4 C. $3\sqrt{2}$ D. 6

4. 命题 “ $\forall x \in \mathbb{R}, \exists n \in \mathbb{N}^*,$ 使得 $n \geq x^2$ ” 的否定形式是

- A. $\forall x \in \mathbb{R}, \exists n \in \mathbb{N}^*,$ 使得 $n < x^2$ B. $\forall x \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}^*,$ 使得 $n < x^2$
 C. $\exists x \in \mathbb{R}, \exists n \in \mathbb{N}^*,$ 使得 $n < x^2$ D. $\exists x \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}^*,$ 使得 $n < x^2$

5. 设函数 $f(x) = \sin^2 x + b \sin x + c$, 则 $f(x)$ 的最小正周期

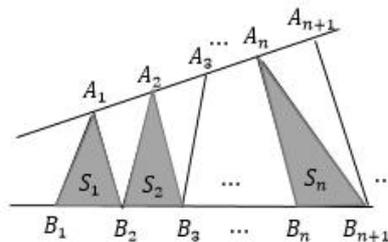
- A. 与 b 有关, 且与 c 有关 B. 与 b 有关, 但与 c 无关
 C. 与 b 无关, 且与 c 无关 D. 与 b 无关, 但与 c 有关

6. 如图, 点列 $\{A_n\}, \{B_n\}$ 分别在某锐角的两边上, 且

$$|A_n A_{n+1}| = |A_{n+1} A_{n+2}|, A_n \neq A_{n+1}, n \in \mathbb{N}^*,$$

$$|B_n B_{n+1}| = |B_{n+1} B_{n+2}|, B_n \neq B_{n+1}, n \in \mathbb{N}^*.$$

($P \neq Q$ 表示点 P 与 Q 不重合)



若 $d_n = |A_n B_n|$, S_n 为 $\Delta A_n B_n B_{n+1}$ 的面积, 则

- A. $\{S_n\}$ 是等差数列 B. $\{S_n^2\}$ 是等差数列

C. $\{d_n\}$ 是等差数列 D. $\{d_n^2\}$ 是等差数列

7. 已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{m^2} + y^2 = 1(m > 1)$ 与双曲线 $C_2: \frac{x^2}{n^2} - y^2 = 1(n > 0)$ 的焦点重合,

e_1, e_2 分别为 C_1, C_2 的离心率, 则

A. $m > n$ 且 $e_1 e_2 > 1$ B. $m > n$ 且 $e_1 e_2 < 1$

C. $m < n$ 且 $e_1 e_2 > 1$ D. $m < n$ 且 $e_1 e_2 < 1$

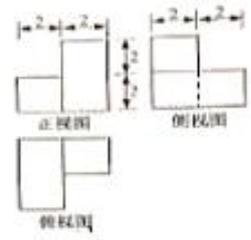
8. 已知实数 a, b, c .

A. 若 $|a^2 + b + c| + |a + b^2 + c| \leq 1$, 则 $a^2 + b^2 + c^2 < 100$

B. 若 $|a^2 + b + c| + |a + b^2 - c| \leq 1$, 则 $a^2 + b^2 + c^2 < 100$

C. 若 $|a + b + c^2| + |a + b - c^2| \leq 1$, 则 $a^2 + b^2 + c^2 < 100$

D. 若 $|a^2 + b + c| + |a + b^2 - c| \leq 1$, 则 $a^2 + b^2 + c^2 < 100$



二、填空题: 本大题共 7 小题, 多空题每题 6 分, 单空题每题 4 分, 共 36 分。

9. 若抛物线 $y^2 = 4x$ 上的点 M 到焦点的距离为 10, 则 M 到 y 轴的距离是.

10. 已知 $2\cos^2 x + \sin 2x = A\sin(\omega x + \varphi) + b(A > 0)$, 则 $A =$, $b =$.

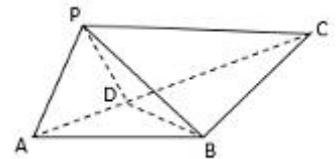
11. 某几何体的三视图如图所示 (单位: cm), 则该几何体的表面积是 cm^2 , 体积是 cm^3 .

12. 已知 $a > b > 1$, 若 $\log_a b + \log_b a = \frac{5}{2}$, $a^b = b^a$, 则 $a =$, $b =$.

13. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_2 = 4$, $a_{n+1} = 2S_n + 1$,

$n \in \mathbb{N}^*$, 则 $a_1 =$, $S_5 =$.

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC=2$, $\angle ABC = 120^\circ$. 若平面 ABC 外的点 P 和线段 AC 上的点 D, 满足 $PD=DA$, $PB=BA$, 则四面体 PBCD 的体积的最大值是.



15. 已知向量 a, b , $|a|=1$, $|b|=2$, 若对任意单位向量 e , 均有 $|a \cdot e| + |b \cdot e| \leq \sqrt{6}$,

则 $a \cdot b$ 的最大值是.

三、解答题：本大题共 5 小题，共 74 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

16. (本题满分 14 分) 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，已知 $b + c = 2a \cos B$

(I) 证明： $A = 2B$

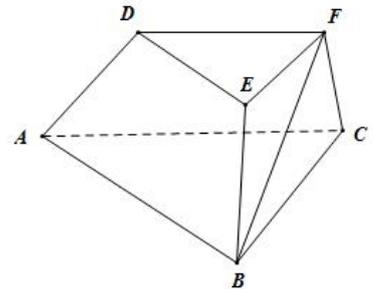
(II) 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{a^2}{4}$ ，求角 A 的大小.

17. (本题满分 15 分) 如图，在三棱台 $ABC - DEF$ 中，已知平面 $BCFE \perp$ 平面 ABC ， $\angle ACB = 90^\circ$ ，

$BE = EF = EC = 1$ ， $BC = 2$ ， $AC = 3$ ，

(I) 求证： $BF \perp$ 平面 $ACFD$

(II) 求二面角 $B-AD-C$ 的余弦值.



18. (本题满分 15 分) 设 $a \geq 3$ ，函数 $F(x) = \min\{2|x-1|, x^2 - 2ax + 4a - 2\}$ ，

其中 $\min\{x, y\} = \begin{cases} x, & x \leq y \\ y, & x > y \end{cases}$

(I) 求使得等式 $F(x) = x^2 - 2ax + 4a - 2$ 成立的 x 的取值范围

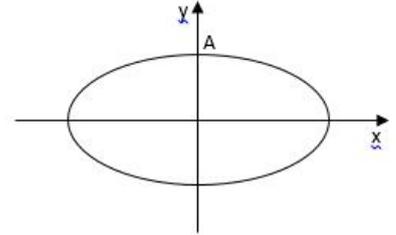
(II) (i) 求 $F(x)$ 的最小值 $m(a)$

(ii) 求 $F(x)$ 在 $[0, 6]$ 上的最大值 $M(a)$

19. (本题满分 15 分) 如图, 设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1 (a > 1)$

(I) 求直线 $y = kx + 1$ 被椭圆截得到的弦长 (用 a, k 表示)

(II) 若任意以点 $A(0,1)$ 为圆心的圆与椭圆至多有三个公共点, 求椭圆的离心率的取值范围.



20. (本题满分 15 分) 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $|a_n - \frac{a_{n+1}}{2}| \leq 1, n \in N^*$

(I) 求证: $|a_n| \geq 2^{n-1} (|a_1| - 2) (n \in N^*)$

(II) 若 $|a_n| \leq (\frac{3}{2})^n, n \in N^*$, 证明: $|a_n| \leq 2, n \in N^*$.