2017年普通高等学校招生全国统一考试

数学（文）（北京卷）答案

一、

（1）C　（2）B　（3）C　（4）D

（5）B　（6）D　（7）A　（8）D

二、

（9）$\frac{1}{3}$　（10）2

（11）$[\frac{1}{2},1]$　（12）6

（13）$-1,-2,-3$（答案不唯一）　（14）6　12

三、

（15）（共13分）

解：（Ⅰ）设等差数列$\{a_n\}$的公差为d.

因为$a_2+a_4=10$，所以$2a_1+4d=10$.

解得$d=2$.

所以$a_n=2n-1$.

（Ⅱ）设等比数列的公比为q.

因为$b_2b_4=a_5$，所以$b_1qb_1q^3=9$.

解得$q^2=3$.

所以$b_{2n-1}=b_1q^{2n-2}=3^{n-1}$.

从而$b_1+b_3+b_5+\cdots+b_{2n-1}=1+3+3^2+\cdots+3^{n-1}=\frac{3^n-1}{2}$.

（16）（共13分）

解：（Ⅰ）$f(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x+\frac{3}{2}\sin 2x-\sin 2x=\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$.

所以$f(x)$的最小正周期$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$.

（Ⅱ）因为$-\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{\pi}{4}$，

所以$-\frac{\pi}{6}\le 2x+\frac{\pi}{3}\le\frac{5\pi}{6}$.

所以$\sin(2x+\frac{\pi}{3})\geq\sin(-\frac{\pi}{6})=-\frac{1}{2}$.

所以当$x\in[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$时，$f(x)\geq-\frac{1}{2}$.

（17）（共 13 分）

解：（Ⅰ）根据频率分布直方图可知，样本中分数不小于 70 的频率为$(0.02+0.04)\times10=0.6$，所以样本中分数小于 70 的频率为$1-0.6=0.4$.

所以从总体的 400 名学生中随机抽取一人，其分数小于 70 的概率估计为 0.4.

（Ⅱ）根据题意，样本中分数不小于 50 的频率为$(0.01+0.02+0.04+0.02)\times10=0.9$，分数在区间$[40,50)$内的人数为$100-100\times0.9-5=5$.

所以总体中分数在区间$[40,50)$内的人数估计为$400\times\frac{5}{100}=20$.

（Ⅲ）由题意可知，样本中分数不小于 70 的学生人数为$(0.02+0.04)\times10\times100=60$，

所以样本中分数不小于 70 的男生人数为$60\times\frac{1}{2}=30$.

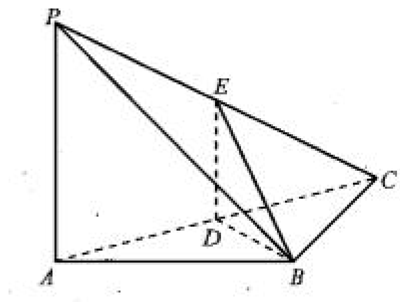
所以样本中的男生人数为$30\times2=60$，女生人数为$100-60=40$，男生和女生人数的比例为$60:40=3:2$.

所以根据分层抽样原理，总体中男生和女生人数的比例估计为$3:2$.

（18）（共 14 分）

解：(I) 因为$PA\perp AB$，$PA\perp BC$，所以$PA\perp$平面ABC，

又因为$BD\subset$平面ABC，所以$PA\perp BD$.



(II) 因为$AB=BC$，D为AC中点，所以$BD\perp AC$，

由 (I) 知，$PA\perp BD$，所以$BD\perp$平面PAC.

所以平面$BDE\perp$平面PAC.

(III) 因为$PA//$平面BDE，平面$PAC\bigcap$平面$BDE=DE$，

所以$PA//DE$.

因为D为AC的中点，所以$DE=\frac{1}{2}PA=1$，$BD=DC=\sqrt{2}$.

由（I）知，$PA\perp$平面ABC，所以$DE\perp$平面PAC.

所以三棱锥$E-BCD$的体积$V=\frac{1}{6}BD\cdot DC\cdot DE=\frac{1}{3}$.

（19）（共 14 分）

解：（Ⅰ）设椭圆C的方程为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$.

由题意得$\begin{cases}a=2,\\ \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2},\end{cases}$解得$c=\sqrt{3}$.

所以$b^2=a^2-c^2=1$.

所以椭圆C的方程为$\frac{x^2}{4}+y^2=1$.

（Ⅱ）设$M(m,n)$，则$D(m,0),N(m,-n)$.

由题设知$m\neq\pm 2$，且$n\neq 0$.

直线AM的斜率$k_{AM}=\frac{n}{m+2}$，故直线DE的斜率$k_{DE}=\frac{m+2}{n}$.

所以直线DE的方程为$y=-\frac{m+2}{n}(x-m)$.

直线BN的方程为$y=\frac{n}{2-m}(x-2)$.

联立$\begin{cases}y=-\frac{m+2}{n}(x-m),\\ y=\frac{n}{2-m}(x-2),\end{cases}$解得点$E$的纵坐标$y_E=-\frac{n(4-m^2)}{4-m^2+n^2}$.

由点M在椭圆C上，得$4-m^2=4n^2$.

所以$y_E=-\frac{4}{5}n$.

又$S_{\triangle BDE}=\frac{1}{2}|BD|\cdot|y_E|=\frac{2}{5}|BD|\cdot|n|$,

$S_{\triangle BDN}=\frac{1}{2}|BD|\cdot|n|$,

所以$\triangle BDE$与$\triangle BDN$的面积之比为$4:5$.

（20）（共 13 分）

解：（Ⅰ）因为 $f(x)=\mathrm{e}^x\cos x-x$，所以 $f'(x)=\mathrm{e}^x(\cos x-\sin x)-1, f'(0)=0$.

又因为 $f(0)=1$，所以曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程为 $y=1$.

（Ⅱ）设 $h(x)=\mathrm{e}^x(\cos x-\sin x)-1$，则 $h'(x)=\mathrm{e}^x(\cos x-\sin x-\sin x-\cos x)=-2\mathrm{e}^x\sin x$.

当 $x\in(0,\dfrac{\pi}{2})$ 时，$h'(x)<0$，

所以 $h(x)$ 在区间 $[0,\dfrac{\pi}{2}]$ 上单调递减.

所以对任意 $x\in(0,\dfrac{\pi}{2}]$ 有 $h(x)<h(0)=0$，即 $f'(x)<0$.

所以函数 $f(x)$ 在区间 $[0,\dfrac{\pi}{2}]$ 上单调递减.

因此 $f(x)$ 在区间 $[0,\dfrac{\pi}{2}]$ 上的最大值为 $f(0)=1$，最小值为 $f(\dfrac{\pi}{2})=-\dfrac{\pi}{2}$.