绝密★启封并使用完毕前

2017年普通高等学校招生全国统一考试

数学（文）（北京卷）

本试卷共5页，150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分（选择题　共40分）

一、选择题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）已知$U=\mathbf{R}$，集合$A=\{x\mid x<-2或x>2\}$，则$\complement_U A=$

（A）$(-2,2)$　　（B）$(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$

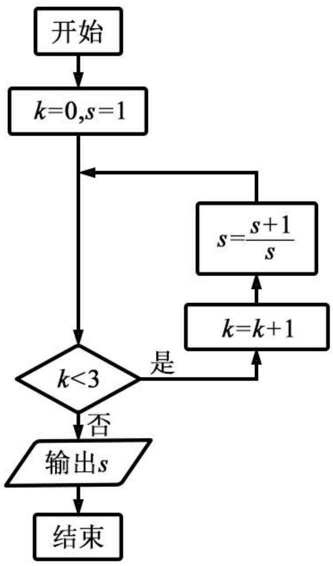
（C）$[-2,2]$　　（D）$(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

（2）若复数$(1-\mathrm{i})(a+\mathrm{i})$在复平面内对应的点在第二象限，则实数$a$的取值范围是

（A）$(-\infty,1)$　　（B）$(-\infty,-1)$

（C）$(1,+\infty)$　　（D）$(-1,+\infty)$

（3）执行如图所示的程序框图，输出的s值为



（A）2　　（B）$\frac{3}{2}$

（C）$\dfrac{5}{3}$　　　　　　　　　　（D）$\dfrac{8}{5}$

（4）若 x, y 满足 $\begin{cases} x \le 3, \\ x + y \ge 2, \\ y \le x, \end{cases}$ 则 $x + 2y$ 的最大值为

（A）1　　　　　　　　　　（B）3

（C）5　　　　　　　　　　（D）9

（5）已知函数 $f(x) = 3^x - (\frac{1}{3})^x$，则 $f(x)$

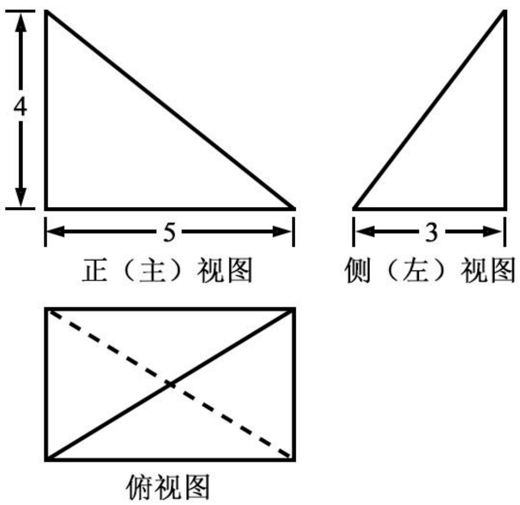
（A）是偶函数，且在 **R** 上是增函数

（B）是奇函数，且在 **R** 上是增函数

（C）是偶函数，且在 **R** 上是减函数

（D）是奇函数，且在 **R** 上是增函数

（6）某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积为



（A）60　　　　　　　　　　（B）30

（C）20　　　　　　　　　　（D）10

（7）设 $\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}$ 为非零向量，则“存在负数 λ，使得 $\boldsymbol{m}=\lambda\boldsymbol{n}$”是“$\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}<0$”的

（A）充分而不必要条件　　　　　　　　　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　　　　　　　　　（D）既不充分也不必要条件

（8）根据有关资料，围棋状态空间复杂度的上限 M 约为 3^{361}，而可观测宇宙中普通物质的原子总数 N 约为 10^{80}. 则下列各数中与 $\dfrac{M}{N}$ 最接近的是

（参考数据：lg3≈0.48）

（A）10^{33}　　　　（B）10^{53}

（C）10^{73}　　　　（D）10^{93}

第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

（9）在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 与角 β 均以 Ox 为始边，它们的终边关于 y 轴对称.若 $\sin\alpha=\dfrac{1}{3}$，则 $\sin\beta=$_________.

（10）若双曲线 $x^2-\dfrac{y^2}{m}=1$ 的离心率为 $\sqrt{3}$，则实数 m=__________.

（11）已知 $x\geq 0$，$y\geq 0$，且 $x+y=1$，则 x^2+y^2 的取值范围是__________.

（12）已知点 P 在圆 $x^2+y^2=1$ 上，点 A 的坐标为(-2,0)，O 为原点，则 $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AP}$ 的最大值为_________.

（13）能够说明“设 a，b，c 是任意实数．若 $a>b>c$，则 $a+b>c$”是假命题的一组整数 a,b,c 的值依次为______________________________.

（14）某学习小组由学生和教师组成，人员构成同时满足以下三个条件：

（ⅰ）男学生人数多于女学生人数；

（ⅱ）女学生人数多于教师人数；

（ⅲ）教师人数的两倍多于男学生人数.

①若教师人数为 4，则女学生人数的最大值为__________.

②该小组人数的最小值为__________.

三、解答题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（15）（本小题 13 分）

已知等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_1=b_1=1, a_2+a_4=10, b_2b_4=a_5$.

（Ⅰ）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）求和：$b_1+b_3+b_5+\ldots+b_{2n-1}$.

（16）（本小题 13 分）

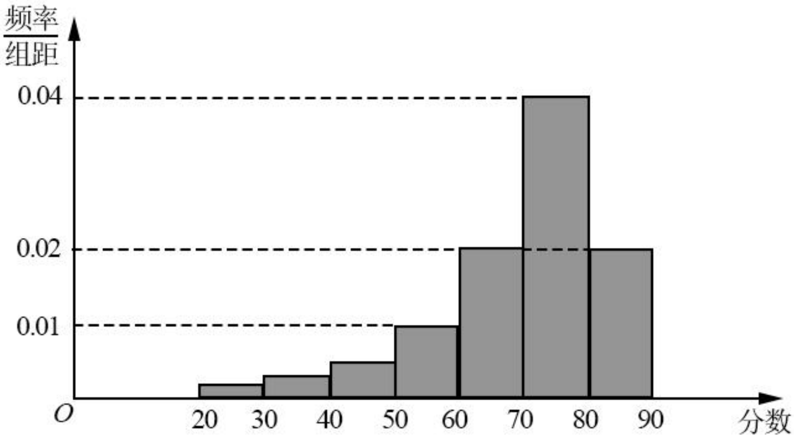
已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\cos(2x-\dfrac{\pi}{3})-2\sin x\cos x$.

（I）求 $f(x)$的最小正周期；

（II）求证：当$x\in[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$时，$f\left(x\right)\geq-\frac{1}{2}$.

（17）（本小题 13 分）

某大学艺术专业 400 名学生参加某次测评，根据男女学生人数比例，使用分层抽样的方法从中随机抽取了 100 名学生，记录他们的分数，将数据分成 7 组：[20,30），[30,40），---，[80,90]，并整理得到如下频率分布直方图：



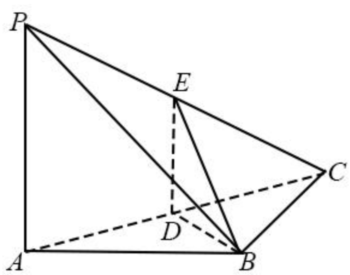
（Ⅰ）从总体的 400 名学生中随机抽取一人，估计其分数小于 70 的概率；

（Ⅱ）已知样本中分数小于 40 的学生有 5 人，试估计总体中分数在区间[40,50）内的人数；

（Ⅲ）已知样本中有一半男生的分数不小于 70，且样本中分数不小于 70 的男女生人数相等．试估计总体中男生和女生人数的比例．

（18）（本小题 14 分）

如图，在三棱锥 $P–ABC$ 中，$PA\perp AB$，$PA\perp BC$，$AB\perp BC$，$PA=AB=BC=2$，D 为线段 AC 的中点，E 为线段 PC 上一点．



（Ⅰ）求证：$PA\perp BD$；

（Ⅱ）求证：平面 $BDE\perp$平面 PAC；

（Ⅲ）当 PA∥平面 BDE 时，求三棱锥 $E–BCD$ 的体积．

（19）（本小题 14 分）

已知椭圆 C 的两个顶点分别为 $A(-2,0)$，B(2,0)，焦点在 x 轴上，离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）点 D 为 x 轴上一点，过 D 作 x 轴的垂线交椭圆 C 于不同的两点 M，N，过 D 作 AM 的垂线交 BN 于点 E.求证：$\triangle BDE$ 与 $\triangle BDN$ 的面积之比为 4:5.

（20）（本小题 13 分）

已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x\cos x-x$.

（Ⅰ）求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）求函数 $f(x)$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上的最大值和最小值.