

2015 年普通高等学校招生全国统一考试（重庆卷）

数 学（理工类）

数学试题卷（理工农医类）共 4 页。满分 150 分。考试时间 120 分钟。

注意事项：

- 1、答题前，务必将自己的姓名、准考证号写在答题卡规定的位置上；
- 2、答选择题时，必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其它答案标号。
- 3、答非选择题时，必须使用 0.5 毫米黑色签字笔，将答案书写在答题卡规定的位置上。
- 4、所有题目必须在答题卡上作答，在试卷上答题无效。
- 5、考试结束后，将试题卷和答题卡一并交回。

特别提醒：

（14）、（15）、（16）三题为选做题，请从中任选两题作答，若三题全做，则按前两题给分。

一、选择题：本大题 10 个小题，每小题 5 分，共 50 分，在每小题给出的四个备选项中，只有一项是符合题目要求的。

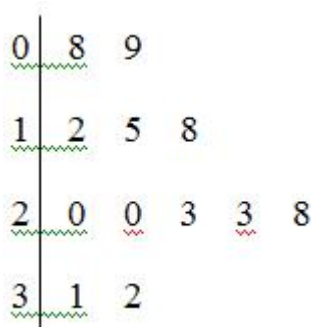
（1）已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$ ， $B = \{2, 3\}$ ，则（ ）

- (A) $A=B$ (B) $A \cap B = \emptyset$ (C) $A \cup B$ (D) $B \cup A$

（2）在等差数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_2 = 4, a_4 = 2$ ，则 $a_6 =$ （ ）

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 6

（3）重庆市 2013 年各月的平均气温（ $^{\circ}\text{C}$ ）数据的茎叶图如下：



则这组数据的中位数是（ ）

- (A) 19 (B) 20 (C) 21.5 (D) 23

（4）“ $x > 1$ ”是“ $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) < 0$ ”的（ ）

- (A) 充要条件 (B) 充分而不必要条件
(C) 必要而不充分条件 (D) 既不充分也不必要条件

(5) 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为 ()



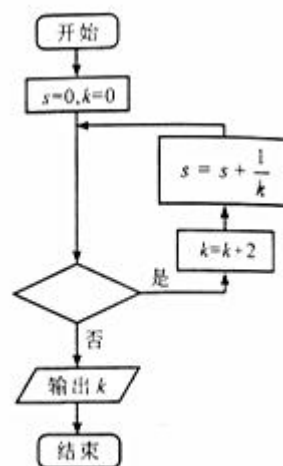
- (A) $\frac{1}{3} + \pi$ (2) $\frac{2}{3} + \pi$ (3) $\frac{1}{3} + 2\pi$ (4) $\frac{2}{3} + 2\pi$

(6) 若非零向量 a, b 满足 $|a| = \frac{2\sqrt{2}}{3}|b|$, 且 $(a-b) \perp (3a+2b)$, 则 a 与 b 的夹角为 ()

- (A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $\frac{3\pi}{4}$ (D) π

(7) 执行如题 (7) 图所示的程序框图, 若输出 k 值为 8, 则判断框内可填入的条件是 ()

- (A) $s \leq \frac{3}{4}$ (B) $s \leq \frac{5}{6}$
(C) $s \leq \frac{11}{12}$ (D) $s \leq \frac{25}{24}$



题(7)图

(8) 已知直线 $l: x+ay-1=0 (a \in R)$ 是圆 $C: x^2+y^2-4x-2y+1=0$ 的对称轴, 过点 $A(-4, a)$ 作圆 C 的一条切线, 切点为 B , 则 $|AB| = ()$

- (A) 2 (B) $4\sqrt{2}$ (C) 6 (D) $2\sqrt{10}$

(9) 若 $\tan \alpha = 2 \tan \frac{\pi}{5}$, 则 $\frac{\cos(\alpha - \frac{3\pi}{10})}{\sin(\alpha - \frac{\pi}{5})} = ()$

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

10、设双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右焦点为 F, 右顶点为 A, 过 F 作 AF 的垂线与双曲线交于 B、C 两点, 过 B、C 分别作 AC、AB 的垂线, 两垂线交于点 D. 若 D 到直线 BC 的距离小于 $a + \sqrt{a^2 + b^2}$, 则该双曲线的渐近线斜率的取值范围是 ()

- (A) $(-1, 0) \cup (0, 1)$ (B) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
 (C) $(\sqrt{2}, 0) \cup (0, \sqrt{2})$ (D) $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$

二、填空题: 本大题共 6 个小题, 考生作答第 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分。把答案填写在答题卡相应的位置上。

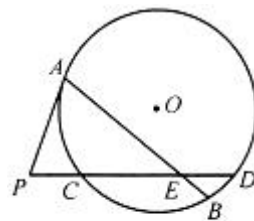
(11) 设复数 $a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) 的模为 $\sqrt{3}$, 则 $(a + bi)(a - bi) =$ _____

(12) $(x^3 + \frac{1}{2\sqrt{x}})^5$ 的展开式中 x^8 的系数是 _____ (用数字作答)

(13) 在 $\triangle ABC$ 中, $B = 120^\circ$, $AB = \sqrt{2}$, A 的角平分线 $AD = \sqrt{3}$, 则 $AC =$ _____

考生注意: (14)、(15)、(16) 三题为选做题, 请从中任选两题作答, 若三题全做, 则按前两题给分。

(14) 如题 (14) 图, 圆 O 的弦 AB, CD 相交于点 E, 过点 A 作圆 O 的切线与 DC 的延长线交于点 P, 若 $PA = 6$, $AE = 9$, $PC = 3$, $CE : ED = 2 : 1$, 则 $BE =$ _____



题(14)图

(15) 已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 + t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为

$\rho^2 \cos 2\theta = 4$ ($\rho > 0, \frac{3\pi}{4} < \theta < \frac{5\pi}{4}$), 则直线 l 与曲线 C 的交点的极坐标为 _____

(16) 若函数 $f(x) = |x + 1| + |x - a|$ 的最小值为 5, 则实数 $a =$ _____。

三、解答题: 本大题共 6 个小题, 共 75 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

(17) (本小题满分 13 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 8 分)

端午节吃粽子是我国的传统习俗。设一盘中装有 10 个粽子, 其中豆沙粽 2 个, 肉粽 3 个, 白粽 5 个, 这三种粽子的外观完全相同, 从中任意选取 3 个。

- (I) 求三种粽子各取到 1 个的概率;
 (II) 设 x 表示取到的豆沙粽个数, 求 x 的分布列与数学期望。

(18) (本小题满分 13 分, (I) 小问 7 分, (II) 小问 6 分)

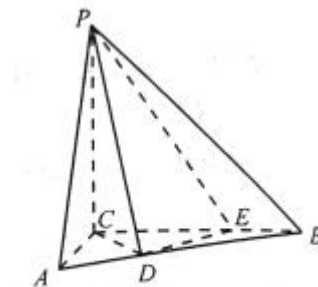
已知函数 $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\sin x - \sqrt{3}\cos^2 x$

- (I) 求 $f(x)$ 的最小正周期和最大值;
 (II) 讨论 $f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right]$ 上的单调性。

(19) (本小题满分 13 分, (I) 小问 4 分, (II) 小问 9 分)

如题 (19) 图, 三棱锥 $P-ABC$ 中, $PC \perp$ 平面 ABC , $PC=3$, $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$, D, E 分别为线段 AB, BC 上的点, BC 上的点, 且 $CD=DE=\sqrt{2}$, $CE=2EB=2$ 。

- (I) 证明: $DE \perp$ 平面 PCD ;
 (II) 求二面角 $A-PD-C$ 的余弦值。

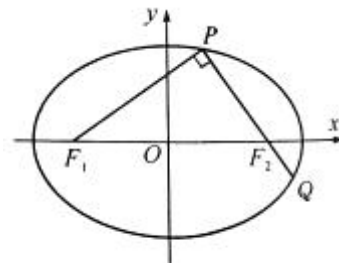


题(19)图

(20) (本小题满分 12 分, (I) 小问 7 分, (II) 小问 5 分)

设函数 $f(x) = \frac{3x^2 + ax}{e^x} (a \in R)$ 。

- (I) 若 $f(x)$ 在 $x=0$ 处取得极值, 确定 a 的值, 并求此时曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;
 (II) 若 $f(x)$ 在 $[3, +\infty)$ 上为减函数, 求 a 的取值范围。



题(21)图

(21) (本小题满分 12 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 7 分)

如题 (21) 图, 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1 、 F_2 , 过 F_2 的直线交椭圆于 P、Q 两点, 且 $PQ \perp PF_1$ 。

(I) 若 $|PF_1| = 2 + \sqrt{2}$, $|PF_2| = 2 - \sqrt{2}$, 求椭圆的标准方程;

(II) 若 $|PF_1| = |PQ|$, 求椭圆的离心率 e 。

(22) (本小题满分 12 分, (I) 小问 4 分, (II) 小问 8 分)

在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 3$, $a_{n+1}a_n + \lambda a_{n+1} + \mu a_n^2 = 0$ ($n \in N_+$)。

(I) 若 $\lambda = 0, \mu = -2$, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 若 $\lambda = \frac{1}{k_0}$ ($k_0 \in N_+, k_0 \geq 2$), $\mu = -1$, 证明: $2 + \frac{1}{3k_0 + 1} < a_{k_0} + 1 < 2 + \frac{1}{2k_0 + 1}$