

# 2016年普通高等学校招生全国统一考试(天津卷)

## 数 学 (文史类)

本试卷分为第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试用时 120 分钟。第 I 卷 1 至 2 页,第 II 卷 3 至 5 页。

答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上,并在规定位置粘贴考试用条形码。答卷时,考生务必将答案涂写在答题卡上,答在试卷上的无效。考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利!

### 第 I 卷

注意事项:

1、每小题选出答案后,用铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。

2.本卷共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分

参考公式:

如果事件 A, B 互斥,那么

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

柱体的体积公式  $V_{\text{柱体}} = Sh$ ,

其中 S 表示柱体的底面积其中

h 表示棱柱的高.

·如果事件 A, B 相互独立,

$$P(AB) = P(A)P(B).$$

圆锥的体积公式  $V = \frac{1}{3}Sh$

其中 S 表示锥体的底面积, h 表示圆锥的高.

一、选择题: 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

(1) 已知集合  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{y \mid y = 2x - 1, x \in A\}$ , 则  $A \cap B =$

- (A)  $\{1, 3\}$       (B)  $\{1, 2\}$       (C)  $\{2, 3\}$       (D)  $\{1, 2, 3\}$

(2) 甲、乙两人下棋, 两人下成和棋的概率是  $\frac{1}{2}$ , 甲获胜的概率是  $\frac{1}{3}$ , 则甲不输的概率为

- (A)  $\frac{5}{6}$       (B)  $\frac{2}{5}$       (C)  $\frac{1}{6}$       (D)  $\frac{1}{3}$

(3) 将一个长方形沿相邻三个面的对角线截去一个棱锥，得到的几何体的正视图与俯视图如图所示，则该几何体的侧（左）视图为



正视图



俯视图

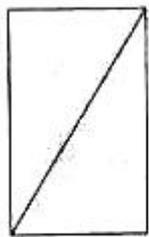
(第3题图)



(A)



(B)



(C)



(D)

(4) 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的焦距为  $2\sqrt{5}$ ，且双曲线的一条渐近线与直线  $2x + y = 0$  垂直，

则双曲线的方程为

(A)  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$

(B)  $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$

(C)  $\frac{3x^2}{20} - \frac{3y^2}{5} = 1$

(D)  $\frac{3x^2}{5} - \frac{3y^2}{20} = 1$

(5) 设  $x > 0, y \in R$ ，则“ $x > y$ ”是“ $x > |y|$ ”的

(A) 充要条件

(B) 充分而不必要条件

(C) 必要而不充分条件

(D) 既不充分也不必要条件

(6) 已知  $f(x)$  是定义在  $R$  上的偶函数，且在区间  $(-\infty, 0)$  上单调递增，若实数  $a$  满足  $f(2^{a-1}) > f(-\sqrt{2})$ ，

则  $a$  的取值范围是

- (A)  $(-\infty, \frac{1}{2})$       (B)  $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$       (C)  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$       (D)  $(\frac{3}{2}, +\infty)$

(7) 已知  $\triangle ABC$  是边长为 1 的等边三角形, 点  $D, E$  分别是边  $AB, BC$  的中点, 连接  $DE$  并延长到点  $F$ ,

使得  $DE = 2EF$ , 则  $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{BC}$  的值为

- (A)  $-\frac{5}{8}$       (B)  $\frac{1}{8}$       (C)  $\frac{1}{4}$       (D)  $\frac{11}{8}$

(8) 已知函数  $f(x) = \sin^2 \frac{\omega x}{2} + \frac{1}{2} \sin \omega x - \frac{1}{2} (\omega > 0)$ ,  $x \in R$ . 若  $f(x)$  在区间  $(\pi, 2\pi)$  内没有零点, 则  $\omega$  的

取值范围是

- (A)  $(0, \frac{1}{8}]$       (B)  $(0, \frac{1}{4}] \cup [\frac{5}{8}, 1)$       (C)  $(0, \frac{5}{8}]$       (D)  $(0, \frac{1}{8}] \cup [\frac{1}{4}, \frac{5}{8}]$

## 第 II 卷

注意事项:

1、用黑色墨水的钢笔或签字笔将答案写在答题卡上.

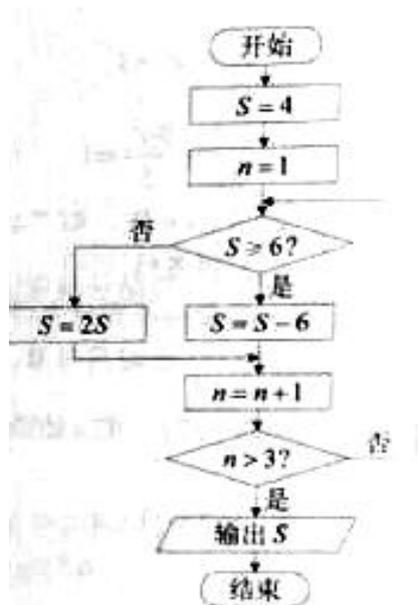
2、本卷共 12 小题, 共计 110 分.

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

(9)  $i$  是虚数单位, 复数  $z$  满足  $(1+i)z = 2$ , 则  $z$  的实部为\_\_\_\_\_.

(10) 已知函数  $f(x) = (2x+1)e^x$ ,  $f'(x)$  为  $f(x)$  的导函数, 则  $f'(0)$  的值为\_\_\_\_\_.

(11) 阅读右边的程序框图, 运行相应的程序, 则输出  $S$  的值为\_\_\_\_\_.

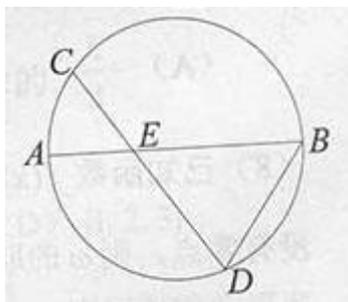


(第 11 题图)

(第 11 题图)

(12) 已知圆  $C$  的圆心在  $x$  轴的正半轴上, 点  $M(0, \sqrt{5})$  在圆  $C$  上, 且圆心到直线  $2x - y = 0$  的距离为  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ , 则圆  $C$  的方程为\_\_\_\_\_.

(13) 如图,  $AB$  是圆的直径, 弦  $CD$  与  $AB$  相交于点  $E$ ,  $BE = 2AE = 2$ ,  $BD = ED$ , 则线段  $CE$  的长为\_\_\_\_\_.



(14) 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + (4a - 3)x + 3a, & x < 0 \\ \log_a(x + 1) + 1, & x \geq 0 \end{cases}$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ) 在  $\mathbb{R}$  上单调递减, 且关于  $x$  的方程  $|f(x)| = 2 - \frac{x}{3}$

恰有两个不相等的实数解, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 80 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

(15) (本小题满分 13 分)

在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对应的边分别为  $a, b, c$ , 已知  $a \sin 2B = \sqrt{3}b \sin A$ .

(I) 求  $B$ ;

(II) 若  $\cos A = \frac{1}{3}$ , 求  $\sin C$  的值.

(16) (本小题满分 13 分)

某化肥厂生产甲、乙两种混合肥料, 需要  $A, B, C$  三种主要原料. 生产 1 车皮甲种肥料和生产 1 车皮乙种肥料所需三种原料的吨数如下表所示:

原料 肥料	$A$	$B$	$C$
甲	4	8	3
乙	5	5	10

现有 A 种原料 200 吨，B 种原料 360 吨，C 种原料 300 吨，在此基础上生产甲、乙两种肥料.已知生产 1 车皮甲种肥料，产生的利润为 2 万元；生产 1 车皮乙种肥料，产生的利润为 3 万元.分别用  $x, y$  表示计划生产甲、乙两种肥料的车皮数.

(I)用  $x, y$  列出满足生产条件的数学关系式，并画出相应的平面区域；

(II)问分别生产甲、乙两种肥料各多少车皮，能够产生最大的利润？并求出此最大利润.

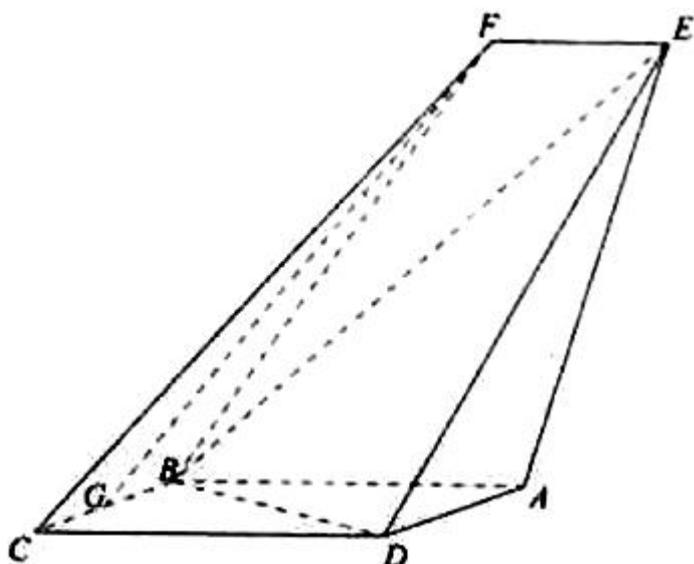
(17)(本小题满分 13 分)

如图，四边形 ABCD 是平行四边形，平面 AED  $\perp$  平面 ABCD，EF  $\parallel$  AB，AB=2，BC=EF=1，AE= $\sqrt{6}$ ，DE=3， $\angle BAD=60^\circ$ ，G 为 BC 的中点.

(I)求证：FG  $\parallel$  平面 BED；

(II)求证：平面 BED  $\perp$  平面 AED；

(III)求直线 EF 与平面 BED 所成角的正弦值.



(18)(本小题满分 13 分)

已知  $\{a_n\}$  是等比数列, 前  $n$  项和为  $S_n (n \in N^*)$ , 且  $\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} = \frac{2}{a_3}, S_6 = 63$ .

(I) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(II) 若对任意的  $n \in N^*$ ,  $b_n$  是  $\log_2 a_n$  和  $\log_2 a_{n+1}$  的等差中项, 求数列  $\{(-1)^n b_n^2\}$  的前  $2n$  项和.

(19) (本小题满分 14 分)

设椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{3} = 1 (a > \sqrt{3})$  的右焦点为  $F$ , 右顶点为  $A$ , 已知  $\frac{1}{|OF|} + \frac{1}{|OA|} = \frac{3e}{|FA|}$ , 其中  $O$  为原点,

$e$  为椭圆的离心率.

(I) 求椭圆的方程;

(II) 设过点  $A$  的直线  $l$  与椭圆交于点  $B (B \text{ 不在 } x \text{ 轴上})$ , 垂直于  $l$  的直线与  $l$  交于点  $M$ , 与  $y$  轴交于点  $H$ , 若  $BF \perp HF$ , 且  $\angle MOA = \angle MAO$ , 求直线的  $l$  斜率.

(20) (本小题满分 14 分)

设函数  $f(x) = x^3 - ax - b, x \in R$ , 其中  $a, b \in R$

(I) 求  $f(x)$  的单调区间;

(II) 若  $f(x)$  存在极值点  $x_0$ , 且  $f(x_1) = f(x_0)$ , 其中  $x_1 \neq x_0$ , 求证:  $x_1 + 2x_0 = 0$ ;

(III) 设  $a > 0$ , 函数  $g(x) = |f(x)|$ , 求证:  $g(x)$  在区间  $[-1, 1]$  上的最大值不小于  $\frac{1}{4}$ .