答案

一.选择题：本题考查基本知识和基本运算。每小题 5 分，满分 40 分。

1.B　2.C　3.C　4.A　5.D　6. A　7.B　8. A

二.填空题：本题考查基本知识和基本运算.每小题 5 分，满分 39 分。

(9.)-i　(10). $\frac{8}{3}\pi$　(11) . 3　(12)4　(13) $\frac{29}{18}$　(14) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

三.解答题

（15）本小题主要考查分层抽样，用列举法计算随机事件所含的基本事件数、古典概型及其概率计算公式等基础知识，考查运用概率、统计知识解决简单实际问题的能力。满分 13 分

（I）解：从甲、乙、丙这三个协会中分别抽取的运动员人数分别为 3,1,2

（II）（i）从 6 名运动员中随机抽取 2 人参加双打比赛的所有可能结果为 $\{A_1,A_2\}$，$\{A_1,A_3\}$，$\{A_1,A_4\}$，$\{A_1,A_5\}$，$\{A_1,A_6\}$，$\{A_2,A_3\}$，$\{A_2,A_4\}$，$\{A_2,A_5\}$，$\{A_2,A_6\}$，$\{A_3,A_4\}$，$\{A_3,A_5\}$，$\{A_3,A_6\}$，$\{A_4,A_5\}$，$\{A_4,A_6\}$，$\{A_5,A_6\}$,共 15 种.

（ii）解：编号为 A_5,A_6 的两名运动员至少有一人被抽到的所有结果为 $\{A_1,A_5\}$，$\{A_1,A_6\}$，$\{A_2,A_5\}$，$\{A_2,A_6\}$，$\{A_3,A_5\}$，$\{A_3,A_6\}$，$\{A_4,A_5\}$，$\{A_4,A_6\}$，$\{A_5,A_6\}$,共 9 种,

因此，事件 A 发生的概率 $P(A)=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$.

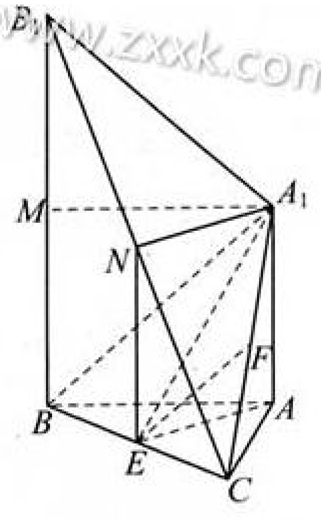
（16）本小题主要考查同角三角函数的基本系数、二倍角的正弦、余弦公式、两角和的余弦公式以及正弦定理、余弦定理等基础知识。考查基本运算求解能力.满分 13 分.

（I）解：在 $\triangle ABC$ 中，由 $\cos A=-\frac{1}{4}$,可得 $\sin A=\frac{\sqrt{15}}{4}$.由 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin\mathrm{A}=3\sqrt{15}$，

得 bc=24，又由 $b-c=2$，解得 b=6,c=4.

由 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$,可得 a=8.

由 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$,得 $\sin\mathrm{C}=\frac{\sqrt{15}}{8}$.



(II)解：$\cos(2A+\frac{\pi}{6})=\cos\frac{\pi}{6}-\sin 2A\cdot\sin\frac{\pi}{6}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}(2\cos^2 A-1)-\frac{1}{2}\times 2\sin A\cdot\cos A=\frac{\sqrt{15}-7\sqrt{3}}{16}.$

(17)本小题主要考查直线与平面平行、平面与平面垂直、直线与平面所成的角等基础知识.考查空间想象能力、运算求解能力和推理论证能力.满分 13 分.

（I）证明：如图，连接 A_1B .在 $\triangle A_1BC$ 中，因为 E 和 F 分别是 BC 和 A_1C 的中点，所以 $EF \parallel BA_1$.又因为 $EF \not\subset$ 平面 A_1B_1BA ,所以 $EF \parallel$ 平面 A_1B_1BA 。

（II）证明：

因为 $AB=AC$,E 为 BC 中点,所以 $AE \perp BC$,因为 $AA_1 \perp$ 平面 ABC, $BB_1 \parallel AA_1$, 所以 $BB_1 \perp$ 平面 ABC,从而 $BB_1 \perp AE$,又 $BC \bigcap BB_1 = B$,所以 $AE \perp$ 平面 BCB_1 ,又因为 $AE \subset$ 平面 AEA_1 ,所以平面 $AEA_1 \perp$ 平面 BCB_1 .

（III）解：取 BB_1 的中点 M 和 B_1C 的中点 N,连接 A_1M ， A_1N ，NE .因为 N 和 E 分别为 B_1C 和 BC 的中点，所以 $NE \parallel B_1B$ ， $NE=\frac{1}{2}B_1B$,故 $NE \parallel A_1A$,所以 $A_1N \parallel AE$,且 $A_1N \parallel AE$ 。又因为 $AE \perp$ 平面 BCB_1 ,所以 $A_1N \perp BCB_1$,从而 $\angle A_1B_1N$ 为直线 A_1B_1 与平面 BCB_1 所成的角。

在 $\triangle ABC$ 中，可得 AE=2，所以 $A_1N = AE = 2$.

因为 $BM \parallel AA_1$, $AM \parallel AB$, $A_1M = AB$,又由 $AB \perp BB_1$,有 $A_1M \perp BB_1$.

在 $Rt\triangle A_1MB_1$ 中，可得 $A_1B_1=\sqrt{B_1M^2+A_1M^2}=4$ 。

在 $Rt\triangle A_1NB_1$ 中， $\sin\angle A_1B_1N=\frac{A_1N}{A_1B}=\frac{1}{2}$,因此 $\angle A_1B_1N=30°$

所以，直线 A_1B_1 与平面 BCB_1 所成的角为 $30°$.

（18）本小题主要考查等差数列、等比数列及其前 n 项和公式等基础知识。考查数列求和的基本方法和运算求解能力，满分 13 分。

（I）解：设数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q,数列 $\{b_n\}$ 的公差为 d,由题意 $q>0$,由已知,有 $\begin{cases}2q^2-3d=2,\\ q^4-3d=10,\end{cases}$ 消去 d，整数得 $q^4-2q^2-8=0,$ 又因为 $q>0$，解得 $q=2,d=2$,所以 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2^{n-1},n\in\mathbf{N}^*$，数列 $\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n=2n-1,n\in\mathbf{N}^*$.

（II）解：由（I）有 $c_n=(2n-1)2^{n-1}$,设 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,则

$S_n=1\times2^0+3\times2^1+5\times2^2+\cdots+(2n-1)\times2^{n-1},$

$2S_n=1\times2^1+3\times2^2+5\times2^3+\cdots+(2n-1)\times2^n,$

两式相减得 $-S_n=1+2^2+2^3+\cdots+2^n-(2n-1)\times2^n=-(2n-3)\times2^n-3,$

所以 $S_n=(2n-3)2^n+3$.

19.本小题主要考查椭圆的标准方程和几何性质、直线的方程、两条直线垂至等基础知识。考查用代数方法研究圆锥曲线的性质。考查运算求解能力，以及用方程思想和化归思想解决问题的能力。满分 14 分。

（I）解：设 $F(-c,0)$，由已知离心率 $\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{5}$ 及 $a^2=b^2+c^2$, 又因为 $B(0,b)$,故直线 BF 的斜率 $k=\frac{b-0}{0-(-c)}=\frac{b}{c}=2$

（II）设点 $P(x_P,y_P),Q(x_Q,y_Q),M(x_M,y_M)$ ，（i）由（I）可得椭圆方程为 $\frac{x^2}{5c^2}+\frac{y^2}{4c^2}=1,$ 直线 BF 的方程为 $y=2x+2c$,将直线方程与椭圆方程联立，消去 y，得 $3x^2+5cx=0,$ 解得 $x_P=-\frac{5c}{3}$.

因为 $BQ\perp BP$,所以直线 BQ 方程为 $y=-\frac{1}{2}x+2c$,与椭圆方程联立,消去 y,整得 $21x^2-40cx=0$ ，解得 $x_Q=\frac{40c}{21}$.

又因为 $\lambda=\frac{|PM|}{|MQ|}$,及 $x_M=0$ ，可得 $\lambda=\frac{|x_M-x_P|}{|x_Q-x_M|}=\frac{|x_P|}{|x_Q|}=\frac{7}{8}.$

（ii）解：由（i）有 $\frac{|PM|}{|MQ|}=\frac{7}{8}$,所以 $\frac{|PM|}{|PM|+|MQ|}=\frac{7}{7+8}=\frac{7}{15}$,即 $|PQ|=\frac{15}{7}|PM|$,又因为

$|PM|\sin\angle BQP=\dfrac{7\sqrt{5}}{9}$,所以$|BP|=|PQ|\sin\angle BQP=\dfrac{15}{7}|PM|\sin\angle BQP=\dfrac{5\sqrt{5}}{3}$.

又因为 $y_P=2x_P+2c=-\dfrac{4}{3}c$，所以 $|BP|=\sqrt{\left(0+\dfrac{5c}{3}\right)^2+\left(2c+\dfrac{4c}{3}\right)^2}=\dfrac{5\sqrt{5}}{3}c$，因此 $\dfrac{5\sqrt{5}}{3}c=\dfrac{5\sqrt{5}}{3},c=1,$ 所以椭圆方程为$\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1.$

（20）本小题主要考查导数的运算、
导数的几何意义、利用导数研究函数的性质等基础知识。考查函数思想、化归思想，考查综合分析问题和解决问题的能力。满分 14 分。

（I）由 $f(x)=4x-x^4$,可得 $f'(x)=4-4x^3$,当 $f'(x)>0$,即 $x<1$ 时,函数 $f(x)$ 单调递增；当 $f'(x)<0$,即 $x>1$ 时,函数 $f(x)$ 单调递减.所以函数 $f(x)$ 的单调递增区间是$(-\infty,1)$,单调递减区间是$(1,+\infty)$.

（II）证明：设点 P 的坐标为$(x_0,0)$，则 $x_0=4^{\frac{1}{3}}$ ，$f'(x_0)=-12,$ 曲线 $y=f(x)$ 在点 P 处的切线方程为 $y=f'(x_0)(x-x_0)$ ，即 $g(x)=f'(x_0)(x-x_0)$ ，令函数 $F(x)=f(x)-g(x)$ 即 $F(x)=f(x)-f'(x)(x-x_0)$ 则$F'(x)=f'(x)-f'(x_0)$.

由于$f(x)=4-4x^3$在$(-\infty,+\infty)$上单调递减,故$F'(x)$在$(-\infty,+\infty)$上单调递减,又因为$F'(x_0)=0$,所以当$x\in(-\infty,x_0)$时,$F'(x)>0$,当$x\in(x_0,+\infty)$时,$F'(x)<0$,所以$F(x)$ 在$(-\infty,x_0)$单调递增,在$(x_0,+\infty)$单调递减,所以对于任意的实数 x, $F(x)\le F(x_0)=0$， 即对于任意的正实数 x,都有$f(x)\le g(x)$.

（III）证明：由（II）知$g(x)=-12(x-4^{\frac{1}{3}})$。设方程$g(x)=a$的根为$x'_2$，可得$x'_2=-\dfrac{a}{12}+4^{\frac{1}{3}}$。

因为$g(x)$在$(-\infty,+\infty)$上单调递减，又由（II）知$g(x_2)\ge f(x_2)=a=g(x'_2)$，因此$x_2>x_2'$。

类似地，设曲线 $y=f(x)$ 在原点处的切线方程为 $y=h(x)$，可得 $h(x)=4x$，对于任意的 $x\in(-\infty,+\infty)$，有 $f(x)-h(x)=-x^4\le 0$，即 $f(x)\le h(x)$.

设方程 $h(x)=a$ 的根为 x'_1，可得 $x'_1=\dfrac{a}{4}$.因为 $h(x)=4x$，对于任意的 $x\in(-\infty,+\infty)$，有 $f(x)-h(x)=-x^4\le 0$，即 $f(x)\le h(x)$.

设方程 $h(x)=a$ 的根为 x'_1，可得 $x'_1=\dfrac{a}{4}$.因为 $h(x)=4x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上单调递增，且

$h(x'_1)=\mathrm{a}=f(x)\le h(x_1)$，因此 $x'_1\le x_1$.

由此可得 $x_2-x_1\le x_2'-x'_1=-\dfrac{a}{3}+4^{\frac{1}{3}}$