2015年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）文

2015年上海市文科试题

一．填空题（本大题共14小题，满分56分）考生应在答题纸相应编号的空格内直接填写结果，每个空格填对得4分，否则一律零分）

1. 函数 $f(x)=1-3\sin^2 x$ 的最小正周期为.

2. 设全集 $U=\mathrm{R}$. 若集合 $A=\{1,2,3,4\}$， $B=\{x\mid 2\le x<3\}$，则 $A\bigcap(C_U B)=$.

3. 若复数 z 满足 $3z+\bar{z}=1+i$，其中 i 是虚数单位，则 $z=$.

4. 设 $f^{-1}(x)$ 为 $f(x)=\dfrac{x}{2x+1}$ 的反函数，则 $f^{-1}(2)=$.

5. 若线性方程组的增广矩阵为 $\begin{pmatrix} 2 & 3 & c_1 \\ 0 & 1 & c_2 \end{pmatrix}$ 解为 $\begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases}$，则 $c_1-c_2=$.

6. 若正三棱柱的所有棱长均为 a，且其体积为 $16\sqrt{3}$，则 $a=$.

7. 抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 上的懂点 Q 到焦点的距离的最小值为1，则 $p=$.

8. 方程 $\log_2(9^{x-1}-5)=\log_2(3^{x-1}-2)+2$ 的解为.

9. 若 x,y 满足 $\begin{cases} x-y\ge 0 \\ x+y\le 2 \\ y\ge 0 \end{cases}$，则目标函数 $f=x+2y$ 的最大值为.

10. 在报名的3名男老师和6名女教师中，选取5人参加义务献血，要求男、女教师都有，则不同的选取方式的种数为 ________（结果用数值表示）.

11. 在 $(2x+\dfrac{1}{x^2})^6$ 的二项式中，常数项等于________（结果用数值表示）.

12. 已知双曲线 C_1 、 C_2 的顶点重合，C_1 的方程为 $\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$，若 C_2 的一条渐近线的斜率是 C_1 的一条渐近线的斜率的2倍，则 C_2 的方程为________

13. 已知平面向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 满足 $\vec{a}\perp\vec{b}$，且 $\{|\vec{a}|,|\vec{b}|,|\vec{c}|\}=\{1,2,3\}$，则 $|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|$ 的最大值是_____

14. 已知函数 $f(x)=\sin x$. 若存在 x_1， x_2， …， x_m 满足 $0\le x_1<x_2<\cdots<x_m\le 6\pi$，且 $|f(x_1)-f(x_2)|+|f(x_2)-f(x_3)|+\cdots+|f(x_{m-1})-f(x_m)|=12$ $(m\ge 12, m\in\mathbf{N}^*)$，则 m 的最小值为_______

二．选择题（本大题共4小题，满分20分）每题有且只有一个正确答案，考生应在答题纸的相应编号上，将代表答案的小方格涂黑，选对得5分，否则一律零分.

15. 设 z_1、 $z_2\in\mathbf{C}$，则“z_1、 z_2 均为实数”是“z_1-z_2 是实数”的（　　）.

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　D. 既非充分又非必要条件

16. 下列不等式中，与不等式$\dfrac{x+8}{x^2+2x+3}<2$解集相同的是（　　）.

A. $(x+8)(x^2+2x+3)<2$　　B. $x+8<2(x^2+2x+3)$

C. $\dfrac{1}{x^2+2x+3}<\dfrac{2}{x+8}$　　D. $\dfrac{x^2+2x+3}{x+8}>\dfrac{1}{2}$

17. 已知点 A 的坐标为$(4\sqrt{3},1)$，将OA绕坐标原点O逆时针旋转$\dfrac{\pi}{3}$至OB，则点B的纵坐标为（　　）.

A. $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$　　B. $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$

C. $\dfrac{11}{2}$　　D. $\dfrac{13}{2}$

18. 设$P_n(x_n,y_n)$是直线$2x-y=\dfrac{n}{n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$与圆$x^2+y^2=2$在第一象限的交点，则极限$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{y_n-1}{x_n-1}=$（　　）.

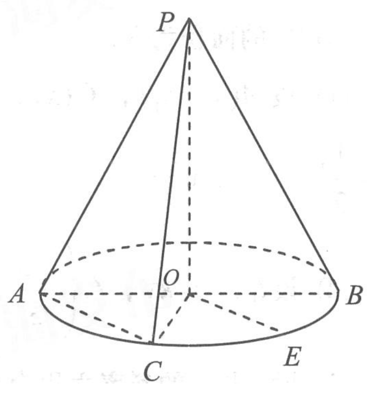
A. -1　　B. $-\dfrac{1}{2}$

C. 1　　D. 2

三、解答题（本大题共有 5 题，满分 74 分）解答下列各题必须在答题纸相应编号的规定区域内写出必要的步骤.

19.(本题满分 12 分)

如图，圆锥的顶点为P，底面圆为O，底面的一条直径为AB，C为半圆弧$\overset{\frown}{AB}$的中点，E为劣弧$\overset{\frown}{CB}$的中点，已知$PO=2,OA=1$，求三棱锥$P-AOC$的体积，并求异面直线PA和OE所成角的大小.



20．（本题满分 14 分）本题共有 2 个小题，第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 8 分.

已知函数 $f(x)=ax^2+\dfrac{1}{x}$，其中 a 为常数

(1)根据 a 的不同取值，判断函数 $f(x)$ 的奇偶性，并说明理由；

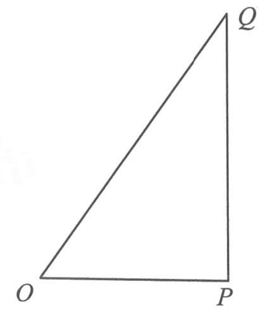
(2)若 $a\in(1,3)$，判断函数 $f(x)$ 在 $[1,2]$ 上的单调性，并说明理由.

21.（本题满分 14 分）本题共有 2 个小题，第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 8 分.

如图，O,P,Q 三地有直道相通，$OP=3$ 千米，$PQ=4$ 千米，$OQ=5$ 千米，现甲、乙两警员同时从 O 地出发匀速前往 Q 地，经过 t 小时，他们之间的距离为 $f(t)$（单位：千米）.甲的路线是 OQ，速度为 5 千米/小时，乙的路线是 OPQ，速度为 8 千米/小时，乙到达 Q 地后在原地等待.设 $t=t_1$ 时，乙到达 P 地，$t=t_2$ 时，乙到达 Q 地.

(1)求 t_1 与 $f(t_1)$ 的值；

(2)已知警员的对讲机的有效通话距离是 3 千米，当 $t_1\le t\le t_2$ 时，求 $f(t)$ 的表达式，并判断 $f(t)$ 在 $[t_1,t_2]$ 上的最大值是否超过 3？说明理由.



22.（本题满分 16 分）本题共有 3 个小题，第 1 小题满分 4 分，第 2 小题满分 6 分，第 3 小题满分 6 分.

已知椭圆 $x^2+2y^2=1$，过原点的两条直线 l_1 和 l_2 分别与椭圆交于点 A、B 和 C、D，记 ΔAOC 的面积为 S.

(1)设 $A(x_1,y_1),C(x_2,y_2)$，用 A、C 的坐标表示点 C 到直线 l_1 的距离，并证明 $S=\dfrac{1}{2}\left|x_1y_2-x_2y_1\right|$；

（2）设 $l_1:y=kx$，$C\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3},\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$，$S=\dfrac{1}{3}$，求 k 的值;

(3)设 l_1 与 l_2 的斜率之积为 m，求 m 的值，使得无论 l_1 和 l_2 如何变动，面积 S 保持不变.

23.（本题满分 18 分）本题共有 3 个小题，第 1 小题满分 4 分，第 2 小题满分 6 分, 第 3 小题满分 8 分.

已知数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 满足 $a_{n+1}-a_n=2(b_{n+1}-b_n),n\in N^*$.

(1)若 $b_n=3n+5$, 且 $a_1=1$,求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)设 $\{a_n\}$ 的第 n_0 项是最大项,即 $a_{n_0}\ge a_n(n\in N^*)$,求证:$\{b_n\}$ 的第 n_0 项是最大项;

(3)设 $a_1=3\lambda<0$, $b_n=\lambda^n(n\in N^*)$,求 λ 的取值范围,使得对任意 $m,n\in N^*$，$a_n\ne0$，且 $\dfrac{a_m}{a_n}\in\left(\dfrac{1}{6},6\right)$