

2016 年高考上海数学试卷（文史类）

考生注意：

1. 本试卷共 4 页，23 道试题，满分 150 分.考试时间 120 分钟.

2. 本考试分设试卷和答题纸.试卷包括试题与答题要求.作答必须涂（选择题）或写（非选择题）在答题纸上，在试卷上作答一律不得分.

3. 答卷前，务必用钢笔或圆珠笔在答题纸正面清楚地填写姓名、准考证号，并将核对后的条形码贴在指定位置上，在答题纸反面清楚地填写姓名.

一、填空题（本大题共有 14 题，满分 56 分）考生应在答题纸相应编号的空格内直接填写结果，每个空格填对得 4 分，否则一律得零分.

1. 设 $x \in \mathbf{R}$ ，则不等式 $|x-3| < 1$ 的解集为_____.

2. 设 $z = \frac{3+2i}{i}$ ，其中 i 为虚数单位，则 z 的虚部等于_____.

3. 已知平行直线 $l_1: 2x + y - 1 = 0$ ， $l_2: 2x + y + 1 = 0$ ，则 l_1 与 l_2 的距离是_____.

4. 某次体检，5 位同学的身高（单位：米）分别为 1.72, 1.78, 1.80, 1.69, 1.76，则这组数据的中位数是_____（米）.

5. 若函数 $f(x) = 4\sin x + a\cos x$ 的最大值为 5，则常数 $a =$ _____.

6. 已知点 (3,9) 在函数 $f(x) = 1 + a^x$ 的图像上，则 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x) =$ _____.

7. 若 x, y 满足 $\begin{cases} x \geq 0, \\ y \geq 0, \\ y \geq x + 1, \end{cases}$ 则 $x - 2y$ 的最大值为_____.

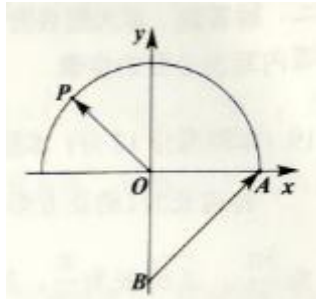
8. 方程 $3\sin x = 1 + \cos 2x$ 在区间 $[0, 2\pi]$ 上的解为_____.

9. 在 $(\sqrt[3]{x} - \frac{2}{x})^n$ 的二项展开式中，所有项的二项式系数之和为 256，则常数项等于_____.

10. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别为 3, 5, 7，则该三角形的外接圆半径等于_____.

11. 某食堂规定，每份午餐可以在四种水果中任选两种，则甲、乙两同学各自所选的两种水果相同的概率为_____.

12. 如图，已知点 $O(0,0), A(1,0), B(0,-1), P$ 是曲线 $y = \sqrt{1-x^2}$ 上一个动点，则 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{BA}$ 的取值范围是_____.



13. 设 $a > 0, b > 0$. 若关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} ax + y = 1 \\ x + by = 1 \end{cases}$ 无解, 则 $a + b$ 的取值范围是_____.

14. 无穷数列 $\{a_n\}$ 由 k 个不同的数组成, S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若对任意的 $n \in \mathbf{N}^*$, $S_n \in \{2, 3\}$ 则 k 的最大值为_____.

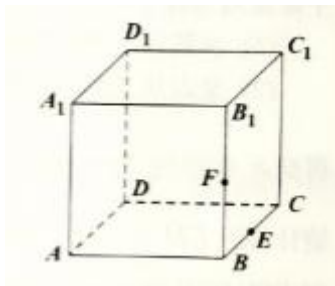
二、选择题 (本大题共 4 题, 满分 20 分) 每题有且只有一个正确答案, 考生应在答题纸的相应编号上, 将代表答案的小方格涂黑, 选对得 5 分, 否则一律得零分.

15. 设 $a \in \mathbf{R}$, 则 “ $a > 1$ ” 是 “ $a^2 > 1$ ” 的 ()

- (A) 充分非必要条件 (B) 必要非充分条件
(C) 充要条件 (D) 既非充分也非必要条件

16. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别为 BC, BB_1 的中点, 则下列直线中与直线 EF 相交的是 ()

- (A) 直线 AA_1 (B) 直线 A_1B_1 (C) 直线 A_1D_1 (D) 直线 B_1C_1



17. 设 $a \in \mathbf{R}, b \in [0, 2\pi]$. 若对任意实数 x 都有 $\sin(3x - \frac{\pi}{3}) = \sin(ax + b)$, 则满足条件的有序实数对 (a, b) 的对数为 ()

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

18. 设 $f(x), g(x), h(x)$ 是定义域为 \mathbf{R} 的三个函数. 对于命题: ①若 $f(x)+g(x), f(x)+h(x), g(x)+h(x)$ 均是增函数, 则 $f(x), g(x), h(x)$ 均是增函数; ②若 $f(x)+g(x), f(x)+h(x), g(x)+h(x)$ 均是以 T 为周期的函数, 则 $f(x), g(x), h(x)$ 均是以 T 为周期的函数, 下列判断正确的是 ()

- (A) ①和②均为真命题 (B) ①和②均为假命题

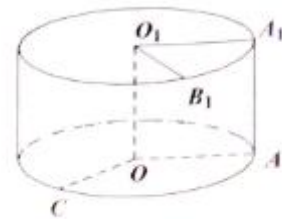
(C)①为真命题，②为假命题 (D)①为假命题，②为真命题

三、解答题（本大题共有 5 题，满分 74 分）解答下列各题必须在答题纸相应编号的规定区域内写出必要的步骤.

19.（本题满分 12 分）本题共有 2 个小题，第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 6 分.

将边长为 1 的正方形 AA_1O_1O （及其内部）绕 OO_1 旋转一周形成圆柱，如图， \widehat{AC} 长为 $\frac{5\pi}{6}$ ， $\widehat{A_1B_1}$ 长为 $\frac{\pi}{3}$ ，其中 B_1 与 C 在平面 AA_1O_1O 的同侧.

- (1) 求圆柱的体积与侧面积；
- (2) 求异面直线 O_1B_1 与 OC 所成的角的大小.

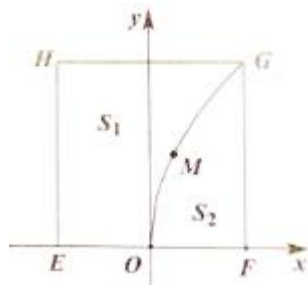


20.（本题满分 14 分）本题共有 2 个小题，第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 8 分.

有一块正方形菜地 $EFGH$ ， EH 所在直线是一条小河，收获的蔬菜可送到 F 点或河边运走. 于是，菜地分为两个区域 S_1 和 S_2 ，其中 S_1 中的蔬菜运到河边较近， S_2 中的蔬菜运到 F 点较近，而菜地内 S_1 和 S_2 的分界线 C 上的点到河边与到 F 点的距离相等. 现建立平面直角坐标系，其中原点 O 为 EF 的中点，点 F 的坐标为 $(1, 0)$ ，如图

- (1) 求菜地内的分界线 C 的方程；
- (2) 菜农从蔬菜运量估计出 S_1 面积是 S_2 面积的两倍，由此得到 S_1 面积的“经验值”为 $\frac{8}{3}$.

设 M 是 C 上纵坐标为 1 的点，请计算以 EH 为一边、另有一边过点 M 的矩形的面积，及五边形 $EOMGH$ 的面积，并判别哪一个更接近于 S_1 面积的“经验值”.



21.（本题满分 14 分）本题共有 2 个小题，第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 8 分.

双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1 、 F_2 ，直线 l 过 F_2 且与双曲线交于 A 、 B 两点.

(1) 若 l 的倾斜角为 $\frac{\pi}{2}$, $\triangle F_1AB$ 是等边三角形, 求双曲线的渐近线方程;

(2) 设 $b = \sqrt{3}$, 若 l 的斜率存在, 且 $|AB|=4$, 求 l 的斜率.

22. (本题满分 16 分) 本题共有 3 个小题, 第 1 小题满分 4 分, 第 2 小题满分 6 分, 第 3 小题满分 6 分.

对于无穷数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$, 记 $A = \{x | x = a_n, n \in \mathbf{N}^*\}$, $B = \{x | x = b_n, n \in \mathbf{N}^*\}$, 若同时满足条件: ① $\{a_n\}, \{b_n\}$ 均单调递增; ② $A \cap B = \emptyset$ 且 $A \cup B = \mathbf{N}^*$, 则称 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 是无穷互补数列.

(1) 若 $a_n = 2n - 1, b_n = 4n - 2$, 判断 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 是否为无穷互补数列, 并说明理由;

(2) 若 $a_n = 2^n$ 且 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 是无穷互补数列, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 16 项的和;

(3) 若 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 是无穷互补数列, $\{a_n\}$ 为等差数列且 $a_{16} = 36$, 求 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 得通项公式.

23. (本题满分 18 分) 本题共有 3 个小题, 第 1 小题满分 4 分, 第 2 小题满分 6 分, 第 3 小题满分 8 分

已知 $a \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = \log_2\left(\frac{1}{x} + a\right)$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 解不等式 $f(x) > 1$;

(2) 若关于 x 的方程 $f(x) + \log_2(x^2) = 0$ 的解集中恰有一个元素, 求 a 的值;

(3) 设 $a > 0$, 若对任意 $t \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$, 函数 $f(x)$ 在区间 $[t, t+1]$ 上的最大值与最小值的差不超过 1, 求 a 的取值范围.