2016年 普 通 高 等 学 校 招 生 全 国 统 一 考 试

上海　　数学试卷（理工农医类）

考生注意：

1、 本试卷共 4 页，23 道试题，满分 150 分，考试时间 120 分钟。

2、本考试分设试卷和答题纸，试卷包括试题与答题要求，作答必涂（选择题）或写（非选择题）在答题纸上，在试卷上作答一律不得分。

3、答卷前，务必用钢笔或圆珠笔在答题纸正面清楚地填写姓名、准考证号，并将核对后的条形码贴在指定位置上，在答题纸反面清楚地填写姓名。

一、填空题（本大题共有 14 题，满分 56 分）考生应在答题纸相应编号的空格内直接填写结果，每个空格填对得 4 分，否则一律得零分.

1、设 $x\in R$,则不等式 $\left|x-3\right|<1$ 的解集为____________________

2、设 $Z=\dfrac{3+2i}{i}$，期中 i 为虚数单位，则 $\operatorname{Im} z=$____________________

3、已知平行直线 $l_1:2x+y-1=0,l_2:2x+y+1=0$，则 l_1与l_2 的距离是______________

4、某次体检，6 位同学的身高（单位：米）分别为 1.72,1.78,1.75,1.80,1.69,1.77 则这组数据的中位数是________（米）

5、已知点 $(3,9)$ 在函数 $f(x)=1+a^x$ 的图像上，则 $f(x)$的反函数$f^{-1}(x)=$ ________

6、如图，在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 的边长为 3，BD_1 与底面所成角的大小为 $\arctan\dfrac{2}{3}$，则该正四棱柱的高等于___________

7、方程 $3\sin x=1+\cos 2x$ 在区间 $\left[0,2\pi\right]$ 上的解为__________

8、在 $\left(\sqrt[3]{x}-\dfrac{2}{x}\right)^n$ 的二项展开式中，所有项的二项式系数之和为 256，则常数项等于________

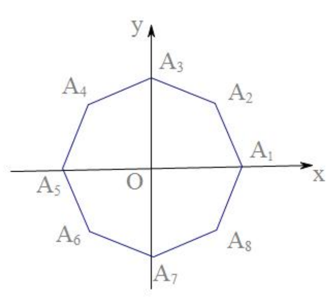
9、已知 ΔABC 的三边长分别为 3,5,7，则该三角形的外接圆半径等于________

10、设 $a>0,b>0.$若关于 x,y 的方程组 $\begin{cases}ax+y=1\\x+by=1\end{cases}$ 无解，则 $a+b$ 的取值范围是___________

11.无穷数列 $\left\{a_n\right\}$ 由 k 个不同的数组成，S_n 为 $\left\{a_n\right\}$ 的前 n 项和.若对任意 $n\in N^*$，$S_n\in\left\{2,3\right\}$，则 k 的最大值为__________.

12.在平面直角坐标系中，已知 A（1,0），B（0，-1），P 是曲线 $y=\sqrt{1-x^2}$ 上一个动点，则 $\overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{BA}$ 的取值范围是__________.

13.设 $a,b\in R,c\in\left[0,2\pi\right)$，若对任意实数 x 都有 $2\sin\left(3x-\dfrac{\pi}{3}\right)=a\sin\left(bx+c\right)$，则满足条件的有序实数组 $\left(a,b,c\right)$ 的组



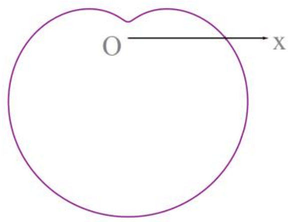
数为___________.

14.如图，在平面直角坐标系 xOy 中，O 为正八边形 $A_1A_2\cdots A_8$ 的中心，$A_1(1,0)$.任取不同的两点 A_i, A_j，点 P 满足 $\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OA_i}+\overrightarrow{OA_j}=\vec{0}$，则点 P 落在第一象限的概率是___________.

二、选择题（5×4=20）

15.设 $a\in R$，则“$a>1$”是“$a^2>1$”的（　　）

（A）充分非必要条件　　（B）必要非充分条件
（C）充要条件　　（D）既非充分也非必要条件



16.下列极坐标方程中，对应的曲线为右图的是（　　）

（A）$\rho=6+5\cos\theta$　　（B）$\rho=6+5sin\theta$

（C）$\rho=6-5\cos\theta$　　（D）$\rho=6-5sin\theta$

17.已知无穷等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，前 n 项和为 S_n，且 $\lim\limits_{n\to\infty}S_n=S$.下列条件中，使得 $2S_n<S\left(n\in N^*\right)$ 恒成立的是（　　）

（A）$a_1>0, 0.6<q<0.7$　　（B）$a_1<0, -0.7<q<-0.6$

（C）$a_1>0, 0.7<q<0.8$　　（D）$a_1<0, -0.8<q<-0.7$

18、设 $f(x)$、$g(x)$、$h(x)$ 是定义域为 R 的三个函数，对于命题：①若 $f(x)+g(x)$、$f(x)+h(x)$、$g(x)+h(x)$ 均为增函数，则 $f(x)$、$g(x)$、$h(x)$ 中至少有一个增函数；②若 $f(x)+g(x)$、$f(x)+h(x)$、$g(x)+h(x)$ 均是以 T 为周期的函数，则 $f(x)$、$g(x)$、$h(x)$ 均是以 T 为周期的函数，下列判断正确的是（　　）

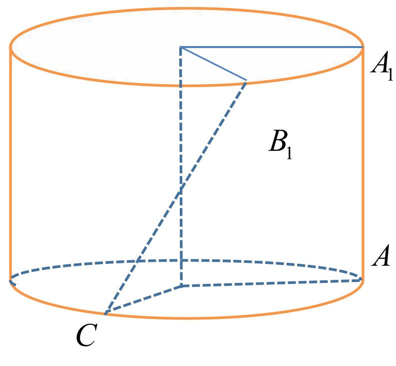
A、①和②均为真命题 B、①和②均为假命题
C、①为真命题，②为假命题 D、①为假命题，②为真命题

三、解答题（本大题共有 5 题，满分 74 分）

19.（本题满分 12 分）将边长为 1 的正方形 AA_1O_1O（及其内部）绕的 OO_1 旋转一周形成圆柱，如图，$\overset{\frown}{AC}$ 长为 $\frac{2}{3}\pi$，$\overset{\frown}{A_1B_1}$ 长为 $\frac{\pi}{3}$，其中 B_1 与 C 在平面 AA_1O_1O 的同侧。

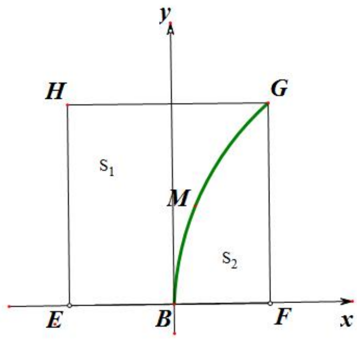
（1）求三棱锥 $C-O_1A_1B_1$ 的体积；

（2）求异面直线 B_1C 与 AA_1 所成的角的大小。



20、（本题满分 14）

有一块正方形菜地 $EFGH$,EH 所在直线是一条小河，收货的蔬菜可送到 F 点或河边运走。于是，菜地分为两个区域 S_1 和 S_2，其中 S_1 中的蔬菜运到河边较近，S_2 中的蔬菜运到 F 点较近，而菜地内 S_1 和 S_2 的分界线 C 上的点到河边与到 F 点的距离相等，现建立平面直角坐标系，其中原点 O 为 EF 的中点，点 F 的坐标为（1,0），如图



（1）求菜地内的分界线 C 的方程

（2）菜农从蔬菜运量估计出 S_1 面积是 S_2 面积的两倍，由此得到 S_1 面积的“经验值”为 $\dfrac{8}{3}$。设 M 是 C 上纵坐标为 1 的点，请计算以 EH 为一边、另一边过点 M 的矩形的面积，及五边形 $EOMGH$ 的面积，并判断哪一个更接近于 S_1 面积的“经验值”

21.（本题满分 14 分）本题共有 2 个小题，第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 8 分.

双曲线 $x^2-\dfrac{y^2}{b^2}=1(b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1、F_2，直线 l 过 F_2 且与双曲线交于 A、B 两点。

（1）若 l 的倾斜角为 $\dfrac{\pi}{2}$，ΔF_1AB 是等边三角形，求双曲线的渐近线方程;

（2）设 $b=\sqrt{3}$，若 l 的斜率存在，且 $(\overrightarrow{F_1A}+\overrightarrow{F_1B})\cdot\overrightarrow{AB}=0$，求 l 的斜率.

22.（本题满分 16 分）本题共有 3 个小题，第 1 小题满分 4 分，第 2 小题满分 6 分，第 3 小题满分 6 分.

已知 $a \in R$，函数 $f(x)=\log_2(\frac{1}{x}+a)$.

（1）当 $a=5$ 时，解不等式 $f(x)>0$；

（2）若关于 x 的方程 $f(x)-\log_2[(a-4)x+2a-5]=0$ 的解集中恰好有一个元素，求 a 的取值范围；

（3）设 $a>0$，若对任意 $t\in[\frac{1}{2},1]$，函数 $f(x)$ 在区间 $[t,t+1]$ 上的最大值与最小值的差不超过 1，求 a 的取值范围.

23. （本题满分 18 分）本题共有 3 个小题，第 1 小题满分 4 分，第 2 小题满分 6 分，第 3 小题满分 8 分.

若无穷数列 $\{a_n\}$ 满足：只要 $a_p=a_q(p,q\in N^*)$，必有 $a_{p+1}=a_{q+1}$，则称 $\{a_n\}$ 具有性质 P.

（1）若 $\{a_n\}$ 具有性质 P，且 $a_1=1,a_2=2,a_4=3,a_5=2$，$a_6+a_7+a_8=21$，求 a_3；

（2）若无穷数列 $\{b_n\}$ 是等差数列，无穷数列 $\{c_n\}$ 是公比为正数的等比数列，$b_1=c_5=1$，$b_5=c_1=81$，$a_n=b_n+c_n$ 判断 $\{a_n\}$ 是否具有性质 P，并说明理由；

（3）设 $\{b_n\}$ 是无穷数列，已知 $a_{n+1}=b_n+\sin a_n(n\in N^*)$.求证：“对任意 $a_1,\{a_n\}$ 都具有性质 P”的充要条件为“$\{b_n\}$ 是常数列”.