绝密★启用前

2016年普通高等学校招生全国统一考试(山东卷)

理科数学

本试卷分第Ⅰ卷和第Ⅱ卷两部分，共**4**页。满分**150**分。考试用时**120**分钟。考试结束后，将将本试卷和答题卡一并交回。

注意事项：

1.答卷前，考生务必用**0.5**毫米黑色签字笔将自己的姓名、座号、考生号、县区和科类填写在答题卡和试卷规定的位置上。

2.第Ⅰ卷每小题选出答案后，用**2B**铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，在选涂其他答案标号。答案写在试卷上无效。

3. 第Ⅱ卷必须用**0.5**毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置，不能写在试卷上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不能使用涂改液、胶带纸、修正带。不按以上要求作答的答案无效。

4.填空题直接填写答案，解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤**.**

参考公式：

如果事件**A,B**互斥，那么**P(A+B)=P(A)+P(B).**

第Ⅰ卷（共50分）

一、　选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的

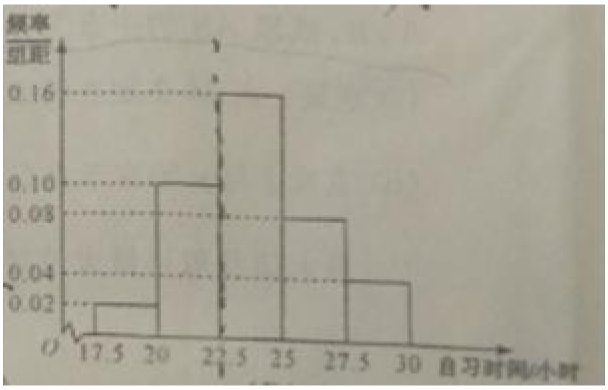
（1）若复数z满足$2z+\overline{z}=3-2\mathrm{i},$其中i为虚数单位，则$z$=

（A）1+2i　（B）$1-2\mathrm{i}$　（C）$-1+2\mathrm{i}$　（D）$-1-2\mathrm{i}$

（2）设集合$A=\{y\,|\,y=2^x,x\in\mathbf{R}\},B=\{x\,|\,x^2-1<0\},$则$A\cup B=$

（A）$(-1,1)$　　（B）$(0,1)$　　（C）$(-1,+\infty)$　　（D）$(0,+\infty)$

（3)某高校调查了 200 名学生每周的自习时间(单位：小时)，制成了如图所示的频率分布直方图，其中自习时间的范围是$[17.5,30]$，样本数据分组为$[17.5,20),[20,22.5),[22.5,25),[25,27.5),[27.5,30]$.根据直方图，这 200 名学生中每周的自习时间不少于 22.5 小时的人数是



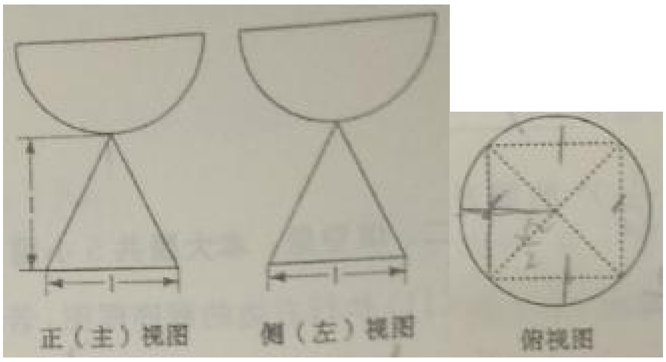
（A）56　　（B）60

（C）120　　（D）140

（4）若变量 x，y 满足 $\begin{cases}x+y\le 2,\\ 2x-3y\le 9,\\ x\ge 0,\end{cases}$ 则 x^2+y^2 的最大值是

（A）4 （B）9 （C）10 （D）12

（5）一个由半球和四棱锥组成的几何体，其三视图如图所示.则该几何体的体积为



（A）$\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\pi$（B）$\frac{1}{3}+\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$（C）$\frac{1}{3}+\frac{\sqrt{2}}{6}\pi$（D）$1+\frac{\sqrt{2}}{6}\pi$

（6）已知直线 a，b 分别在两个不同的平面α，β内.则“直线 a 和直线 b 相交”是“平面α和平面β相交”的

（A）充分不必要条件（B）必要不充分条件

（C）充要条件（D）既不充分也不必要条件

（7）函数 $f(x)=(\sqrt{3}\sin x+\cos x)(\sqrt{3}\cos x-\sin x)$ 的最小正周期是

（A）$\frac{\pi}{2}$（B）π　　（C）$\frac{3\pi}{2}$（D）2π

（8）已知非零向量 $\boldsymbol{m}$，$\boldsymbol{n}$ 满足 $4|\boldsymbol{m}|=3|\boldsymbol{n}|$，$\cos<\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}>=\frac{1}{3}$.若 $\boldsymbol{n}\perp(t\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n})$，则实数 t 的值为

（A）4　　（B）-4　　（C）$\frac{9}{4}$（D）$-\frac{9}{4}$

（9）已知函数 $f(x)$的定义域为 $\mathbf{R}$.当 $x<0$ 时，$f(x)=x^3-1$；当 $-1\le x\le 1$时，$f(-x)=-f(x)$；当 $x>\frac{1}{2}$时，

$f(x+\frac{1}{2})=f(x-\frac{1}{2})$.则 $f(6)$=

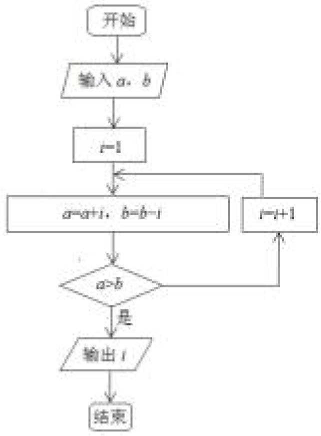
（A）−2（B）−1（C）0（D）2

（10）若函数 $y=f(x)$的图象上存在两点，使得函数的图象在这两点处的切线互相垂直，则称 $y=f(x)$具有 T 性质.下列函数中具有 T 性质的是

（A）$y=\sin x$（B）$y=\ln x$（C）$y=e^x$（D）$y=x^3$

第 II 卷（共 100 分）

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。



（11）执行右边的程序框图，若输入的 a,b 的值分别为 0 和 9，则输出的 i 的值为________.

(12)若（$ax^2+\frac{1}{\sqrt{x}}$）^{3}的展开式中 x^3的系数是—80，则实数 a=_______.

（13）已知双曲线 E_1：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a$>0，$b$>0)，若矩形 $ABCD$ 的四个顶点在 E 上，AB，CD 的中点为 E 的两个焦点，且 $2|AB|=3|BC|$，则 E 的离心率是_______.

（14）在$[-1,1]$上随机地取一个数 k，则事件“直线 $y=kx$ 与圆 $(x-5)^2+y^2=9$ 相交”发生的概率为____.

（15）已知函数 $f(x)=\begin{cases}|x|, & x\le m\\ x^2-2mx+4m, & x>m\end{cases}$ 其中 $m>0$，若存在实数 b，使得关于 x 的方程 f（x）$=b$ 有三个不同的根，则 m 的取值范围是________________.

三、解答题：本答题共 6 小题，共 75 分。

（16）（本小题满分 12 分）

在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $2(\tan A+\tan B)=\frac{\tan A}{\cos B}+\frac{\tan B}{\cos A}$.

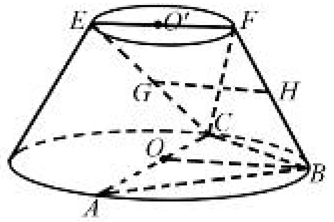
（Ⅰ）证明：$a+b=2c$;

（Ⅱ）求 $\cos C$ 的最小值.

17.在如图所示的圆台中，AC 是下底面圆 O 的直径，EF 是上底面圆 O' 的直径，FB 是圆台的一条母线.

（I）已知 G,H 分别为 EC，FB 的中点，求证：GH∥平面 ABC；

（II）已知 $EF=FB=\frac{1}{2}AC=2\sqrt{3}$ $AB=BC$.求二面角 $F-BC-A$ 的余弦值.



（18）（本小题满分 12 分）

已知数列$\left\{a_n\right\}$的前 n 项和 $S_n=3n^2+8n$，$\left\{b_n\right\}$是等差数列，且 $a_n=b_n+b_{n+1}$.

（Ⅰ）求数列$\left\{b_n\right\}$的通项公式；

（Ⅱ）另 $c_n=\dfrac{(a_n+1)^{n+1}}{(b_n+2)^n}$.求数列$\left\{c_n\right\}$的前 n 项和 T_n.

（19）（本小题满分 12 分）

甲、乙两人组成“星队”参加猜成语活动，每轮活动由甲、乙各猜一个成语，在一轮活动中，如果两人都猜对，则“星队”得 3 分；如果只有一个人猜对，则“星队”得 1 分；如果两人都没猜对，则“星队”得 0 分。已知甲每轮猜对的概率是$\dfrac{3}{4}$，乙每轮猜对的概率是$\dfrac{2}{3}$；每轮活动中甲、乙猜对与否互不影响。各轮结果亦互不影响。假设“星队”参加两轮活动，求：

（I）“星队”至少猜对 3 个成语的概率；

（II）“星队”两轮得分之和为 X 的分布列和数学期望 EX

(20)(本小题满分 13 分)

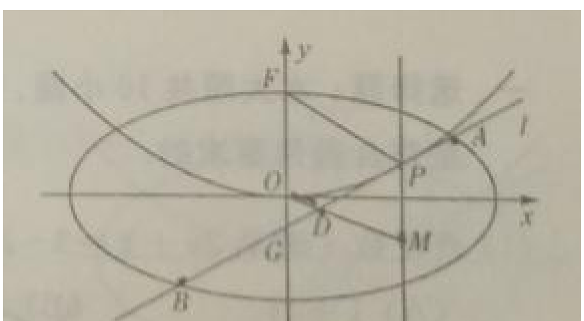
已知 $f(x)=a\left(x-\ln x\right)+\dfrac{2x-1}{x^2},a\in R$.

（I）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（II）当 $a=1$ 时，证明 $f(x)>f'\left(x\right)+\dfrac{3}{2}$ 对于任意的 $x\in\left[1,2\right]$ 成立

（21）本小题满分 14 分）

平面直角坐标系 xOy 中，椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的离心



率是$\frac{\sqrt{3}}{2}$，抛物线E：$x^2=2y$的焦点F是C的一个顶点。

（I）求椭圆C的方程;

（II）设P是E上的动点，且位于第一象限，E在点P处的切线l与C交与不同的两点A，B，线段AB的中点为D，直线OD与过P且垂直于x轴的直线交于点M.

（i）求证：点M在定直线上;

（ii）直线l与y轴交于点G，记$\triangle PFG$的面积为S_1，$\triangle PDM$的面积为S_2，求$\frac{S_1}{S_2}$的最大值及取得最大值时点P的坐标.