2016年山东省高考数学试卷（文科）

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分，每小题给出四个选项中，只有一个是项符合题目要求的.

1．（5分）设集合U={1，2，3，4，5，6}，A={1，3，5}，B={3，4，5}，则C_U（A∪B）=（　　）

A．{2，6}　B．{3，6}　C．{1，3，4，5}　D．{1，2，4，6}

【分析】求出A与B的并集，然后求解补集即可．

【解答】解：集合U={1，2，3，4，5，6}，A={1，3，5}，B={3，4，5}，

则A∪B={1，3，4，5}．

C_U（A∪B）={2，6}．

故选：A．

【点评】本题考查集合的交、并、补的运算，考查计算能力．

2．（5分）若复数$z=\frac{2}{1-i}$，其中i为虚数单位，则$\overline{z}$=（　　）

A．1+i　B．1﹣i　C．﹣1+i　D．﹣1﹣i

【分析】根据复数的四则运算先求出z，然后根据共轭复数的定义进行求解即可．

【解答】解：∵$z=\frac{2}{1-i}=\frac{2(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{2(1+i)}{2}=1+i$，

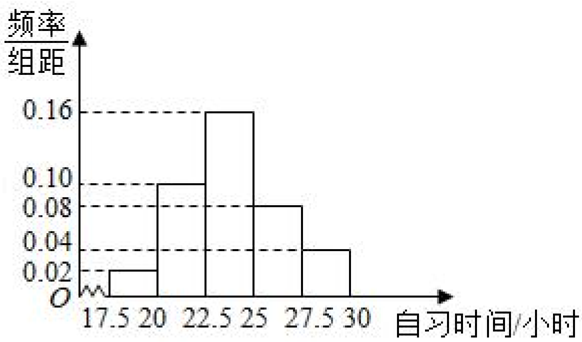
∴$\overline{z}=1-i$，

故选：B．

【点评】本题主要考查复数的计算，根据复数的四则运算以及共轭复数的定义是解决本题的关键．比较基础．

3．（5分）某高校调查了200名学生每周的自习时间（单位：小时），制成了如图所示的频率分布直方图，其中自习时间的范围是[17.5，30]，样本数据分组为

[17.5，20)，[20，22.5)，[22.5，25)，[25，27.5)，[27.5，30]．根据直方图，这 200 名学生中每周的自习时间不少于 22.5 小时的人数是（　　）



A．56　B．60　C．120 D．140

【分析】根据已知中的频率分布直方图，先计算出自习时间不少于 22.5 小时的频率，进而可得自习时间不少于 22.5 小时的频数．

【解答】解：自习时间不少于 22.5 小时的频率为：（0.16+0.08+0.04）×2.5=0.7，

故自习时间不少于 22.5 小时的频率为：0.7×200=140，

故选：D．

【点评】本题考查的知识点是频率分布直方图，难度不大，属于基础题目．

4．（5 分）若变量 x，y 满足$\begin{cases}x+y\leqslant 2\\2x-3y\leqslant 9\\x\geqslant 0\end{cases}$，则 x^2+y^2 的最大值是（　　）

A．4　B．9　C．10　D．12

【分析】由约束条件作出可行域，然后结合 x^2+y^2 的几何意义，即可行域内的动点与原点距离的平方求得 x^2+y^2 的最大值．

【解答】解：由约束条件$\begin{cases}x+y\leqslant 2\\2x-3y\leqslant 9\\x\geqslant 0\end{cases}$作出可行域如图，

∵A（0，﹣3），C（0，2），

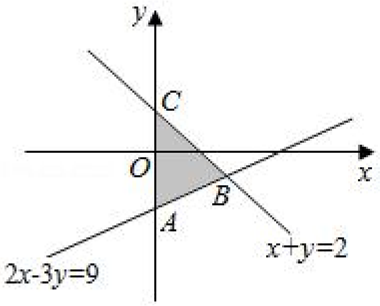
∴|OA|>|OC|，

联立$\begin{cases}x+y=2\\2x-3y=9\end{cases}$，解得 B（3，﹣1）．

∵ $|OB|^2=(\sqrt{3^2+(-1)^2})^2=10$，

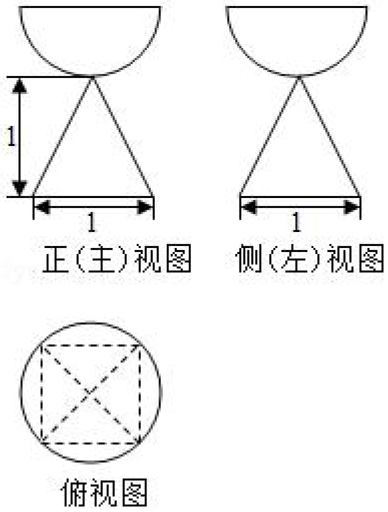
∴x^2+y^2 的最大值是 10．

故选：C．



【点评】本题考查简单的线性规划，考查了数形结合的解题思想方法和数学转化思想方法，是中档题．

5．（5 分）一个由半球和四棱锥组成的几何体，其三视图如图所示．则该几何体的体积为（　　）



A．$\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\pi$　B．$\frac{1}{3}+\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$ C．$\frac{1}{3}+\frac{\sqrt{2}}{6}\pi$ D．$1+\frac{\sqrt{2}}{6}\pi$

【分析】由已知中的三视图可得：该几何体上部是一个半球，下部是一个四棱锥，进而可得答案．

【解答】解：由已知中的三视图可得：该几何体上部是一个半球，下部是一个四棱锥，

半球的直径为棱锥的底面对角线，

由棱锥的底底面棱长为 1，可得 $2R=\sqrt{2}$.

故 $R=\frac{\sqrt{2}}{2}$，故半球的体积为：$\frac{2}{3}\pi\cdot(\frac{\sqrt{2}}{2})^3=\frac{\sqrt{2}}{6}\pi$，

棱锥的底面面积为：1，高为 1，

故棱锥的体积 V=$\frac{1}{3}$，

故组合体的体积为：$\frac{1}{3}+\frac{\sqrt{2}}{6}\pi$，

故选：C.

【点评】本题考查的知识点是由三视图，求体积和表面积，根据已知的三视图，判断几何体的形状是解答的关键.

6.（5 分）已知直线 a，b 分别在两个不同的平面α，β内．则“直线 a 和直线 b 相交”是“平面α和平面β相交”的（　　）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

【分析】直线 a，b 分别在两个不同的平面α，β内，则“直线 a 和直线 b 相交”⇒“平面α和平面β相交”，反之不成立.

【解答】解：直线 a，b 分别在两个不同的平面α，β内，则“直线 a 和直线 b 相交”⇒“平面α和平面β相交”，

反之不成立.

∴“直线 a 和直线 b 相交”是“平面α和平面β相交”的充分不必要条件.

故选：A.

【点评】本题考查了空间位置关系、简易逻辑的判定方法，考查了推理能力，属于基础题.

7.（5 分）已知圆 M：$x^2+y^2-2ay=0$（a＞0）截直线 x+y=0 所得线段的长度是 $2\sqrt{2}$，则圆 M 与圆 N：$(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 的位置关系是（　　）

A．内切　　B．相交　　C．外切　　D．相离

【分析】根据直线与圆相交的弦长公式，求出 a 的值，结合两圆的位置关系进行判断即可.

【解答】解：圆的标准方程为 M：$x^2+(y-a)^2=a^2$（a＞0），

则圆心为（0，a），半径 R=a，

圆心到直线 x+y=0 的距离 $d=\frac{a}{\sqrt{2}}$，

∵圆 M：$x^2+y^2-2ay=0$（a＞0）截直线 x+y=0 所得线段的长度是 $2\sqrt{2}$，

∴$2\sqrt{R^2-d^2}=2\sqrt{a^2-\frac{a^2}{2}}=2\sqrt{\frac{a^2}{2}}=2\sqrt{2}$，

即$\sqrt{\frac{a^2}{2}}=\sqrt{2}$，即 $a^2=4$，a=2，

则圆心为 M（0，2），半径 R=2，

圆 N：$(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 的圆心为 N（1，1），半径 r=1，

则 $MN=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，

∵R+r=3，R﹣r=1，

∴R﹣r＜MN＜R+r，

即两个圆相交.

故选：B.

【点评】本题主要考查直线和圆相交的应用，以及两圆位置关系的判断，根据相交弦长公式求出 a 的值是解决本题的关键.

8.（5 分）△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别是 a，b，c，已知 b=c，$a^2=2b^2(1-\sin A)$，则 A=（　　）

A. $\frac{3\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$

【分析】利用余弦定理，建立方程关系得到 1﹣cosA=1﹣sinA，即 sinA=cosA，进行求解即可.

【解答】解：∵b=c，

∴$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=2b^2-2b^2\cos A=2b^2(1-\cos A)$，

∵$a^2=2b^2(1-\sin A)$，

∴1﹣cosA=1﹣sinA，

则 sinA=cosA，即 tanA=1，

即 $A=\frac{\pi}{4}$，

故选：C.

【点评】本题主要考查解三角形的应用，根据余弦定理建立方程关系是解决本题

的关键.

9.（5 分）已知函数 f（x）的定义域为 R．当 x＜0 时，f（x）$=x^3-1$；当 $-1\leqslant x\leqslant 1$ 时，f（－x）＝－f（x）；当 $x>\frac{1}{2}$时，$f(x+\frac{1}{2})=f(x-\frac{1}{2})$．则 f（6）＝（　　）

A．－2 B．1　C．0　D．2

【分析】求得函数的周期为 1，再利用当 $-1\leqslant x\leqslant 1$ 时，f（－x）＝－f（x），得到 f（1）＝－f（－1），当 x＜0 时，f（x）$=x^3-1$，得到 f（－1）＝－2，即可得出结论．

【解答】解：∵当 $x>\frac{1}{2}$时，$f(x+\frac{1}{2})=f(x-\frac{1}{2})$，

∴当 $x>\frac{1}{2}$时，f（x+1）=f（x），即周期为 1．

∴f（6）=f（1），

∵当 $-1\leqslant x\leqslant 1$ 时，f（－x）＝－f（x），

∴f（1）＝－f（－1），

∵当 x＜0 时，f（x）$=x^3-1$，

∴f（－1）＝－2，

∴f（1）＝－f（－1）=2，

∴f（6）=2．

故选：D．

【点评】本题考查函数值的计算，考查函数的周期性，考查学生的计算能力，属于中档题．

10.（5 分）若函数 y=f（x）的图象上存在两点，使得函数的图象在这两点处的切线互相垂直，则称 y=f（x）具有 T 性质．下列函数中具有 T 性质的是（　　）

A．y=sinx　B．y=lnx　C．$y=e^x$ D．$y=x^3$

【分析】若函数 y=f（x）的图象上存在两点，使得函数的图象在这两点处的切线互相垂直，则函数 y=f（x）的导函数上存在两点，使这点的导函数值乘积为－1，进而可得答案．

【解答】解：函数 y=f（x）的图象上存在两点，使得函数的图象在这两点处的切

线互相垂直，

则函数 y=f（x）的导函数上存在两点，使这点的导函数值乘积为﹣1，

当 y=sinx 时，y′=cosx，满足条件；

当 y=lnx 时，$y'=\frac{1}{x}>0$ 恒成立，不满足条件；

当 $y=e^x$ 时，$y'=e^x>0$ 恒成立，不满足条件；

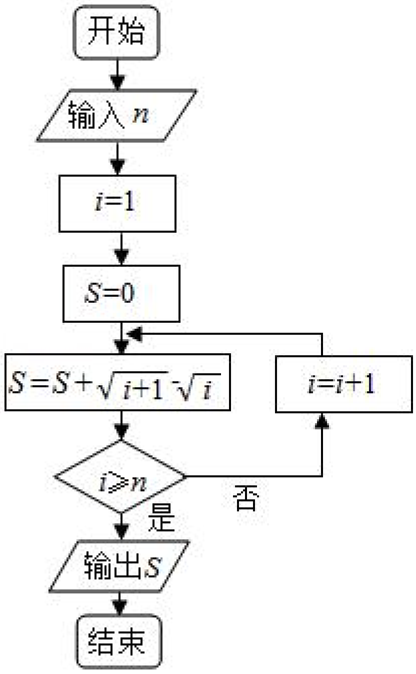
当 $y=x^3$ 时，$y'=3x^2>0$ 恒成立，不满足条件；

故选：A．

【点评】本题考查的知识点是利用导数研究曲线上某点切线方程，转化思想，难度中档．

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分．

11．（5 分）执行如图的程序框图，若输入 n 的值为 3，则输出的 S 的值为__1__．



【分析】根据程序框图进行模拟计算即可．

【解答】解：若输入 n 的值为 3，

则第一次循环，$S=0+\sqrt{2}-1=\sqrt{2}-1$，1≥3 不成立，

第二次循环，$S=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}=\sqrt{3}-1$，2≥3 不成立，

第三次循环，$S=\sqrt{3}-1+\sqrt{4}-\sqrt{3}=\sqrt{4}-1=2-1=1$，3≥3 成立，

程序终止，输出 S=1，

故答案为：1

【点评】本题主要考查程序框图的识别和判断，进行模拟运算是解决本题的关键.

12.（5 分）观察下列等式：

$(\sin\frac{\pi}{3})^{-2}+(\sin\frac{2\pi}{3})^{-2}=\frac{4}{3}\times1\times2$；

$(\sin\frac{\pi}{5})^{-2}+(\sin\frac{2\pi}{5})^{-2}+(\sin\frac{3\pi}{5})^{-2}+\sin(\frac{4\pi}{5})^{-2}=\frac{4}{3}\times2\times3$；

$(\sin\frac{\pi}{7})^{-2}+(\sin\frac{2\pi}{7})^{-2}+(\sin\frac{3\pi}{7})^{-2}+\ldots+\sin(\frac{6\pi}{7})^{-2}=\frac{4}{3}\times3\times4$；

$(\sin\frac{\pi}{9})^{-2}+(\sin\frac{2\pi}{9})^{-2}+(\sin\frac{3\pi}{9})^{-2}+\ldots+\sin(\frac{8\pi}{9})^{-2}=\frac{4}{3}\times4\times5$；

…

照此规律，

$(\sin\frac{\pi}{2n+1})^{-2}+(\sin\frac{2\pi}{2n+1})^{-2}+(\sin\frac{3\pi}{2n+1})^{-2}+\ldots+(\sin\frac{2n\pi}{2n+1})^{-2}=$ $\underline{\frac{4}{3}n(n+1)}$.

【分析】由题意可以直接得到答案.

【解答】解：观察下列等式：

$(\sin\frac{\pi}{3})^{-2}+(\sin\frac{2\pi}{3})^{-2}=\frac{4}{3}\times1\times2$；

$(\sin\frac{\pi}{5})^{-2}+(\sin\frac{2\pi}{5})^{-2}+(\sin\frac{3\pi}{5})^{-2}+\sin(\frac{4\pi}{5})^{-2}=\frac{4}{3}\times2\times3$；

$(\sin\frac{\pi}{7})^{-2}+(\sin\frac{2\pi}{7})^{-2}+(\sin\frac{3\pi}{7})^{-2}+\ldots+\sin(\frac{6\pi}{7})^{-2}=\frac{4}{3}\times3\times4$；

$(\sin\frac{\pi}{9})^{-2}+(\sin\frac{2\pi}{9})^{-2}+(\sin\frac{3\pi}{9})^{-2}+\ldots+\sin(\frac{8\pi}{9})^{-2}=\frac{4}{3}\times4\times5$；

…

照此规律 $(\sin\frac{\pi}{2n+1})^{-2}+(\sin\frac{2\pi}{2n+1})^{-2}+(\sin\frac{3\pi}{2n+1})^{-2}+\ldots+(\sin\frac{2n\pi}{2n+1})^{-2}=\frac{4}{3}\times n(n+1)$，

故答案为：$\frac{4}{3}n(n+1)$

【点评】本题考查了归纳推理的问题，关键是找到相对应的规律，属于基础题.

13.（5 分）已知向量 $\vec{a}=(1,\ -1)$，$\vec{b}=(6,\ -4)$，若 $\vec{a}\perp(t\vec{a}+\vec{b})$，则实数 t 的

值为___－5___.

【分析】根据向量的坐标运算和向量的数量积计算即可.

【解答】解：∵向量$\vec{a}$=（1，－1），$\vec{b}$=（6，－4），

∴$t\vec{a}+\vec{b}$=（t+6，－t－4），

∵$\vec{a}$⊥（$t\vec{a}+\vec{b}$），

∴$\vec{a}$•（$t\vec{a}+\vec{b}$）=t+6+t+4=0，

解得 t=－5，

故答案为：－5.

【点评】本题考查了向量的数量积的运算以及向量垂直的条件，属于基础题.

14.（5 分）已知双曲线 E：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0），若矩形 ABCD 的四个顶点在 E 上，AB，CD 的中点为 E 的两个焦点，且 2|AB|=3|BC|，则 E 的离心率是___2___.

【分析】可令 x=c，代入双曲线的方程，求得 y=±$\frac{b^2}{a}$，再由题意设出 A，B，C，D 的坐标，由 2|AB|=3|BC|，可得 a，b，c 的方程，运用离心率公式计算即可得到所求值.

【解答】解：令 x=c，代入双曲线的方程可得 y=±$b\sqrt{\frac{c^2}{a^2}-1}$=±$\frac{b^2}{a}$，

由题意可设 A（－c，$\frac{b^2}{a}$），B（－c，－$\frac{b^2}{a}$），C（c，－$\frac{b^2}{a}$），D（c，$\frac{b^2}{a}$），

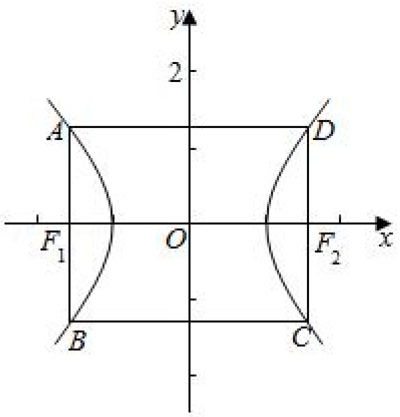
由 2|AB|=3|BC|，可得

$2\cdot\frac{2b^2}{a}=3\cdot 2c$，即为 $2b^2=3ac$，

由 $b^2=c^2-a^2$，$e=\frac{c}{a}$，可得 $2e^2-3e-2=0$，

解得 e=2（负的舍去）.

故答案为：2.



【点评】本题考查双曲线的离心率的求法，注意运用方程的思想，正确设出 A，B，C，D 的坐标是解题的关键，考查运算能力，属于中档题．

15．（5 分）已知函数 f（x）=$\begin{cases}|x|, & x\leqslant m\\ x^2-2mx+4m, & x>m\end{cases}$，其中 m＞0，若存在实数 b，使得关于 x 的方程 f（x）=b 有三个不同的根，则 m 的取值范围是__（3，+∞）__．

【分析】作出函数 f（x）=$\begin{cases}|x|, & x\leqslant m\\ x^2-2mx+4m, & x>m\end{cases}$的图象，依题意，可得 4m﹣m²＜m（m＞0），解之即可．

【解答】解：当 m＞0 时，函数 f（x）=$\begin{cases}|x|, & x\leqslant m\\ x^2-2mx+4m, & x>m\end{cases}$的图象如下：

∵x＞m 时，f（x）=$x^2-2mx+4m=(x-m)^2+4m-m^2>4m-m^2$，

∴y 要使得关于 x 的方程 f（x）=b 有三个不同的根，

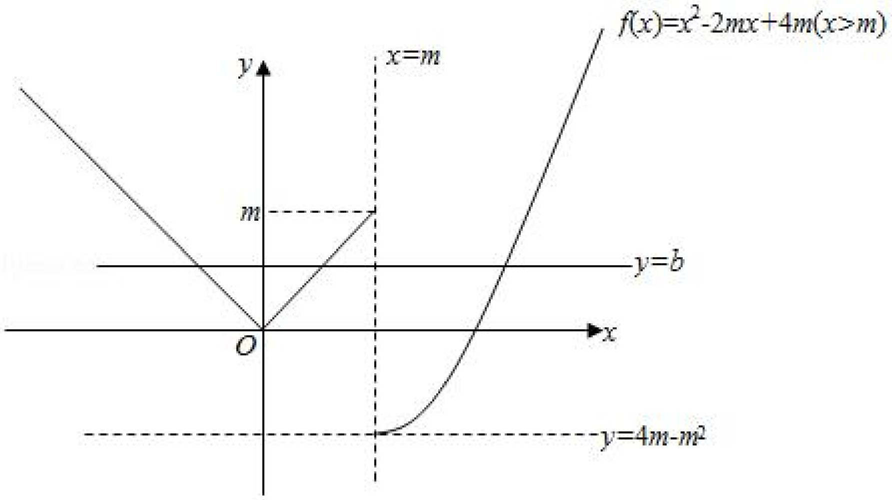
必须 $4m-m^2<m$（m＞0），

即 $m^2>3m$（m＞0），

解得 m＞3，

∴m 的取值范围是（3，+∞），

故答案为：（3，+∞）．



【点评】本题考查根的存在性及根的个数判断，数形结合思想的运用是关键，分析得到 $4m-m^2<m$ 是难点，属于中档题．

三、解答题：本大题共 6 小题，共 75 分

16．（12 分）某儿童节在“六一”儿童节推出了一项趣味活动．参加活动的儿童需转动如图所示的转盘两次，每次转动后，待转盘停止转动时，记录指针所指区域中的数．记两次记录的数分别为 x，y．奖励规则如下：

①若 $xy\leqslant 3$，则奖励玩具一个；

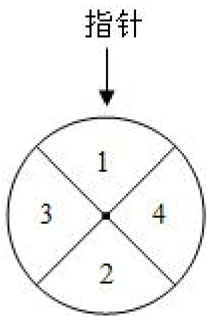
②若 $xy\geqslant 8$，则奖励水杯一个；

③其余情况奖励饮料一瓶．

假设转盘质地均匀，四个区域划分均匀，小亮准备参加此项活动．

（Ⅰ）求小亮获得玩具的概率；

（Ⅱ）请比较小亮获得水杯与获得饮料的概率的大小，并说明理由．



【分析】（Ⅰ）确定基本事件的概率，利用古典概型的概率公式求小亮获得玩具的概率；

（Ⅱ）求出小亮获得水杯与获得饮料的概率，即可得出结论.

【解答】解：（Ⅰ）两次记录的数为（1，1），（1，2），（1，3），（1，4），（2，2），（2，3），（2，4），（3，4），（2，1），（3，1），（4，1），（3，2），（3，3），（4，2），（4，3），（4，4），共 16 个，

满足 $xy\leqslant 3$，有（1，1），（1，2），（1，3），（2，1），（3，1），共 5 个，

∴小亮获得玩具的概率为$\frac{5}{16}$；

（Ⅱ）满足 $xy\geqslant 8$，（2，4），（3，4），（4，2），（4，3），（3，3），（4，4）共 6 个，∴小亮获得水杯的概率为$\frac{6}{16}$；

小亮获得饮料的概率为 $1-\frac{5}{16}-\frac{6}{16}=\frac{5}{16}$，

∴小亮获得水杯大于获得饮料的概率.

【点评】本题考查概率的计算，考查古典概型，确定基本事件的个数是关键.

17.（12 分）设 $f(x)=2\sqrt{3}\sin(\pi-x)\sin x-(\sin x-\cos x)^2$.

（Ⅰ）求 f（x）的单调递增区间；

（Ⅱ）把 y=f（x）的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），再把得到的图象向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位，得到函数 y=g（x）的图象，求 $g(\frac{\pi}{6})$ 的值.

【分析】（Ⅰ）利用三角恒等变换化简 f（x）的解析式，再利用正弦函数的单调性，求得函数的增区间.

（Ⅱ）利用函数 $y=A\sin(\omega x+\phi)$ 的图象变换规律，求得 g（x）的解析式，从而求得 $g(\frac{\pi}{6})$ 的值.

【解答】解：（Ⅰ）∵$f(x)=2\sqrt{3}\sin(\pi-x)\sin x-(\sin x-\cos x)^2=2\sqrt{3}\sin^2x-1+\sin 2x=2\sqrt{3}\bullet\frac{1-\cos 2x}{2}-1+\sin 2x$

$=\sin 2x-\sqrt{3}\cos 2x+\sqrt{3}-1=2\sin(2x-\frac{\pi}{3})+\sqrt{3}-1$，

令 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant 2x-\frac{\pi}{3}\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{2}$，求得 $k\pi-\frac{\pi}{12}\leqslant x\leqslant k\pi+\frac{5\pi}{12}$，

可得函数的增区间为$[k\pi-\frac{\pi}{12}，k\pi+\frac{5\pi}{12}]$，$k\in Z$.

（Ⅱ）把 y=f（x）的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），可得 $y=2\sin(x-\frac{\pi}{3})+\sqrt{3}-1$ 的图象；

再把得到的图象向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位，得到函数 $y=g(x)=2\sin x+\sqrt{3}-1$ 的图象，

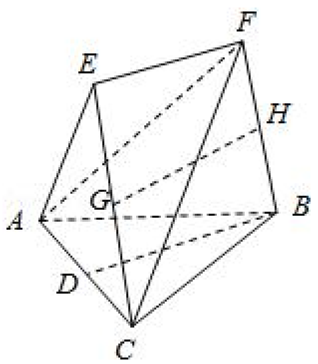
$\therefore g(\frac{\pi}{6})=2\sin\frac{\pi}{6}+\sqrt{3}-1=\sqrt{3}$.

【点评】本题主要考查三角恒等变换，正弦函数的单调性，函数 $y=A\sin(\omega x+\phi)$ 的图象变换规律，求函数的值，属于基础题.

18.（12 分）在如图所示的几何体中，D 是 AC 的中点，EF∥DB.

（Ⅰ）已知 AB=BC，AE=EC，求证：AC⊥FB；

（Ⅱ）已知 G，H 分别是 EC 和 FB 的中点，求证：GH∥平面 ABC.



【分析】（Ⅰ）由条件利用等腰三角形的性质，证得 BD⊥AC，ED⊥AC，再利用直线和平面垂直的判定定理证得 AC⊥平面 EFBD，从而证得 AC⊥FB.

（Ⅱ）再取 CF 的中点 O，利用直线和平面平行的判定定理证明 OG∥平面 ABC，OH∥平面 ABC，可得平面 OGH∥平面 ABC，从而证得 GH∥平面 ABC.

【解答】（Ⅰ）证明：如图所示，∵D 是 AC 的中点，AB=BC，AE=EC，

∴△BAC、△EAC 都是等腰三角形，

∴BD⊥AC，ED⊥AC.

∵EF∥DB，∴E、F、B、D 四点共面，这样，

AC 垂直于平面 EFBD 内的两条相交直线 ED、BD，

∴AC⊥平面 EFBD.

显然，FB⊂平面 EFBD，∴AC⊥FB.

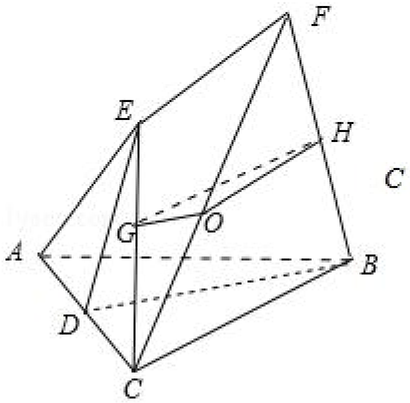
（Ⅱ）已知 G，H 分别是 EC 和 FB 的中点，再取 CF 的中点 O，

则 OG∥EF，又∵EF∥DB，故有 OG∥BD，

而 BD⊂平面 ABC，∴OG∥平面 ABC.

同理，OH∥BC，而 BC⊂平面 ABC，∴OH∥平面 ABC.

∵OG∩OH=O，∴平面 OGH∥平面 ABC，∴GH∥平面 ABC.



【点评】本题主要考查直线和平面垂直的判定和性质，直线和平面平行的判定与性质，属于中档题.

19.（12 分）已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=3n^2+8n$，$\{b_n\}$是等差数列，且 $a_n=b_n+b_{n+1}$.

（Ⅰ）求数列$\{b_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）令 $c_n=\frac{(a_n+1)^{n+1}}{(b_n+2)^n}$，求数列$\{c_n\}$的前 n 项和 T_n.

【分析】（Ⅰ）求出数列$\{a_n\}$的通项公式，再求数列$\{b_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）求出数列$\{c_n\}$的通项，利用错位相减法求数列$\{c_n\}$的前 n 项和 T_n.

【解答】解：（Ⅰ）$S_n=3n^2+8n$，

∴$n\geqslant 2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=6n+5$，

$n=1$ 时，$a_1=S_1=11$，∴$a_n=6n+5$；

∵$a_n=b_n+b_{n+1}$，

∴$a_{n-1}=b_{n-1}+b_n$，

∴$a_n-a_{n-1}=b_{n+1}-b_{n-1}$.

∴$2d=6$，

∴$d=3$，

∵$a_1=b_1+b_2$，

∴$11=2b_1+3$，

∴$b_1=4$，

∴$b_n=4+3(n-1)=3n+1$；

（Ⅱ）

$c_n=\frac{(a_n+1)^{n+1}}{(b_n+2)^n}=\frac{(6n+6)^{n+1}}{(3n+3)^n}=\frac{(6n+6)^n(6n+6)}{(3n+3)^n}=\frac{6^n(n+1)^n(6n+6)}{3^n(n+1)^n}=\frac{6^n(6n+6)}{3^n}=\frac{(2\times3)^n(6n+6)}{3^n}=\frac{(2\times3)^n(6n+6)}{3^n}=6(n+1)\bullet2^n$，

∴$T_n=6[2\bullet2+3\bullet2^2+\ldots+(n+1)\bullet2^n]$①，

∴$2T_n=6[2\bullet2^2+3\bullet2^3+\ldots+n\bullet2^n+(n+1)\bullet2^{n+1}]$②，

①﹣②可得

$-T_n=6[2\bullet2+2^2+2^3+\ldots+2^n-(n+1)\bullet2^{n+1}]$

$=12+6\times\frac{2(1-2^n)}{1-2}-6(n+1)\bullet2^{n+1}$

$=(-6n)\bullet2^{n+1}=-3n\bullet2^{n+2}$，

∴$T_n=3n\bullet2^{n+2}$.

【点评】本题考查数列的通项与求和，着重考查等差数列的通项与错位相减法的运用，考查分析与运算能力，属于中档题.

20．（13分）设$f(x)=x\ln x-ax^2+(2a-1)x$，$a\in R$.

（1）令$g(x)=f'(x)$，求$g(x)$的单调区间；

（2）已知$f(x)$在$x=1$处取得极大值，求正实数a的取值范围.

【分析】（1）求出函数的导数，通过讨论a的范围，求出函数g（x）的单调区间即可；

（2）通过讨论a的范围，得到函数f（x）的单调区间，结合函数的极大值，求出a的范围即可.

【解答】解：（1）由$f'(x)=\ln x-2ax+2a$，

可得$g(x)=\ln x-2ax+2a$，$x\in(0,+\infty)$，

所以$g'(x)=\frac{1}{x}-2a=\frac{1-2ax}{x}$，

当$a\leqslant0$，$x\in(0,+\infty)$时，$g'(x)>0$，函数g（x）单调递增；

当 a＞0，x∈（0，$\frac{1}{2a}$）时，g′（x）＞0，函数 g（x）单调递增，

x∈（$\frac{1}{2a}$，+∞）时，g′（x）＜0，函数 g（x）单调递减．

所以当 a≤0 时，g（x）的单调增区间为（0，+∞）；

当 a＞0 时，g（x）的单调增区间为（0，$\frac{1}{2a}$），单调减区间为（$\frac{1}{2a}$，+∞）．…（6 分）

（2）由（1）知，f′（1）=0．

①当 0＜a＜$\frac{1}{2}$时，$\frac{1}{2a}$＞1，由（1）知 f′（x）在（0，$\frac{1}{2a}$）内单调递增，

可得当 x∈（0，1）时，f′（x）＜0，当 x∈（1，$\frac{1}{2a}$）时，f′（x）＞0．

所以 f（x）在（0，1）内单调递减，在（1，$\frac{1}{2a}$）内单调递增，

所以 f（x）在 x=1 处取得极小值，不合题意．

②当 a=$\frac{1}{2}$时，$\frac{1}{2a}$=1，f′（x）在（0，1）内单调递增，在（1，+∞）内单调递减，

所以当 x∈（0，+∞）时，f′（x）≤0，f（x）单调递减，不合题意．

③当 a＞$\frac{1}{2}$时，0＜$\frac{1}{2a}$＜1，当 x∈（$\frac{1}{2a}$，1）时，f′（x）＞0，f（x）单调递增，

当 x∈（1，+∞）时，f′（x）＜0，f（x）单调递减．

所以 f（x）在 x=1 处取极大值，符合题意．

综上可知，正实数 a 的取值范围为（$\frac{1}{2}$，+∞）．…（12 分）

【点评】本题考查了函数的单调性、最值问题，考查导数的应用以及分类讨论思想，转化思想，是一道综合题．

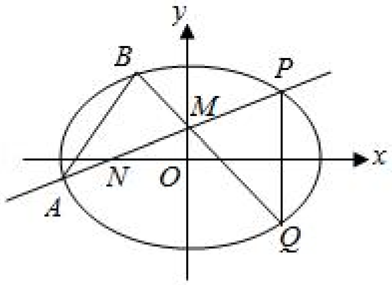
21．（14 分）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的长轴长为 4，焦距为$2\sqrt{2}$．

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）过动点 M（0，m）（m＞0）的直线交 x 轴与点 N，交 C 于点 A，P（P 在第一象限），且 M 是线段 PN 的中点．过点 P 作 x 轴的垂线交 C 于另一点 Q，延长 QM 交 C 于点 B．

（ⅰ）设直线 PM，QM 的斜率分别为 k_1，k_2，证明$\frac{k_2}{k_1}$为定值；

（ii）求直线 AB 的斜率的最小值．



【分析】（Ⅰ）结合题意分别求出 a，c 的值，再求出 b 的值，求出椭圆方程即可；

（Ⅱ）(i) 设出 P 的坐标，表示出直线 PM，QM 的斜率，作比即可；

(ii) 设出 A，B 的坐标，分别求出 PA，QB 的方程，联立方程组，求出直线 AB 的斜率的解析式，根据不等式的性质计算即可．

【解答】解：（Ⅰ）设椭圆的半焦距为 c．由题意知 $2a=4$，$2c=2\sqrt{2}$，

所以 $a=2$，$b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{2}$．所以椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$．

（Ⅱ）证明：（ⅰ）设 P（x_0，y_0）（$x_0>0$，$y_0>0$），

由 M（0，m），可得 P（x_0，2m），Q（x_0，﹣2m）．

所以直线 PM 的斜率 $k_1=\frac{2m-m}{x_0}=\frac{m}{x_0}$，直线 QM 的斜率 $k_2=\frac{-2m-m}{x_0}=-\frac{3m}{x_0}$，

此时 $\frac{k_2}{k_1}=-3$．所以 $\frac{k_2}{k_1}$ 为定值﹣3．

（ii）设 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2）．直线 PA 的方程为 $y=kx+m$，

直线 QB 的方程为 $y=-3kx+m$．

联立 $\begin{cases} y=kx+m \\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1 \end{cases}$ 整理得 $(2k^2+1)x^2+4mkx+2m^2-4=0$．

由 $x_0x_1=\frac{2m^2-4}{2k^2+1}$，可得 $x_1=\frac{2(m^2-2)}{(2k^2+1)x_0}$，

所以 $y_1=kx_1+m=\frac{2k(m^2-2)}{(2k^2+1)x_0}+m$．同理 $x_2=\frac{2(m^2-2)}{(18k^2+1)x_0}$，$y_2=\frac{-6k(m^2-2)}{(18k^2+1)x_0}+m$．

所以 $x_2-x_1=\frac{2(m^2-2)}{(18k^2+1)x_0}-\frac{2(m^2-2)}{(2k^2+1)x_0}=\frac{-32k^2(m^2-2)}{(18k^2+1)(2k^2+1)x_0}$，

$y_2-y_1=\frac{-6k(m^2-2)}{(18k^2+1)x_0}+m-\frac{2(m^2-2)}{(2k^2+1)x_0}-m=\frac{-8k(6k^2+1)(m^2-2)}{(18k^2+1)(2k^2+1)x_0}$,

所以$k_{AB}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{6k^2+1}{4k}=\frac{1}{4}(6k+\frac{1}{k})$．由 $m>0$，$x_0>0$，可知 $k>0$，

所以$6k+\frac{1}{k}\geqslant 2\sqrt{6}$，等号当且仅当$k=\frac{\sqrt{6}}{6}$时取得，

此时$\frac{m}{\sqrt{4-8m^2}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$，即$m=\frac{\sqrt{14}}{7}$，

所以直线 AB 的斜率的最小值为$\frac{\sqrt{6}}{2}$.

【点评】本题考查了椭圆的方程问题，考查直线的斜率以及椭圆的性质，考查函数求最值问题，是一道综合题.