2016年普通高等学校招生全国统一考试（山东卷）

数学（文科）

本试卷分第Ⅰ卷和第Ⅱ卷两部分，共 **4** 页。满分 **150** 分。考试用时 **120** 分钟。考试结束后，将将本试卷和答题卡一并交回。

注意事项：

1.答卷前，考生务必用 **0.5** 毫米黑色签字笔将自己的姓名、座号、考生号、县区和科类填写在答题卡和试卷规定的位置上。

2.第Ⅰ卷每小题选出答案后，用 **2B** 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，在选涂其他答案标号。答案写在试卷上无效。

3. 第Ⅱ卷必须用 **0.5** 毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置，不能写在试卷上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不能使用涂改液、胶带纸、修正带。不按以上要求作答的答案无效。

4.填空题直接填写答案，解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤**.**

参考公式：

如果事件 **A,B** 互斥，那么 **P(A+B)=P(A)+P(B).**

第Ⅰ卷（共 50 分）

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

（1）设集合 $U=\{1,2,3,4,5,6\},A=\{1,3,5\},B=\{3,4,5\}$，则 $\complement_U(A\cup B)=$

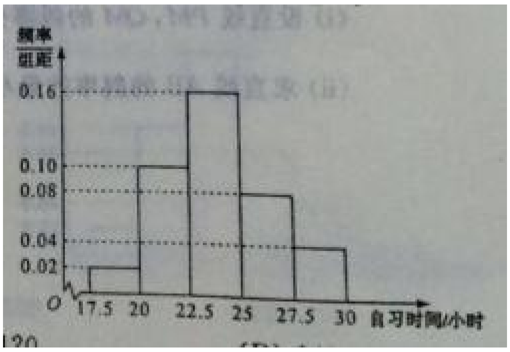
（A）$\{2,6\}$　　（B）$\{3,6\}$　　（C）$\{1,3,4,5\}$　　（D）$\{1,2,4,6\}$

（2）若复数 $z=\dfrac{2}{1-\mathrm{i}}$，其中 i 为虚数单位，则 $\overline{z}$ =

（A）1+i　　（B）1−i　　（C）−1+i　　（D）−1−i

（3）某高校调查了 200 名学生每周的自习时间（单位：小时），制成了如图所示的频率分布直方图，其中自习时间的范围是[17.5，30]，样本数据分组为[17.5，20)， [20，22.5)， [22.5,25)，[25，27.5)，[27.5，30). 根据直方图，这 200 名学生中每周的自习时间不少于 22.5 小时的人数是

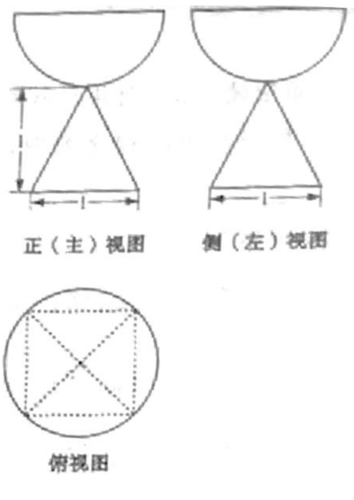
（A）56　　（B）60　　（C）120　　（D）140



（4）若变量 x，y 满足 $\begin{cases} x+y\le 2, \\ 2x-3y\le 9, \\ x\ge 0, \end{cases}$ 则 x^2+y^2 的最大值是

（A）4（B）9（C）10（D）12

（5）一个由半球和四棱锥组成的几何体，其三视图如图所示.则该几何体的体积为



（A）$\dfrac{1}{3}+\dfrac{2}{3}\pi$ （B）$\dfrac{1}{3}+\dfrac{\sqrt{2}}{3}\pi$

（C）$\dfrac{1}{3}+\dfrac{\sqrt{2}}{6}\pi$ （D）$1+\dfrac{\sqrt{2}}{6}\pi$

（6）已知直线 a，b 分别在两个不同的平面α， b 内，则“直线 a 和直线 b 相交”是“平面α和平面 b 相交”的

（A）充分不必要条件（B）必要不充分条件

（C）充要条件　　　　（D）既不充分也不必要条件

（7）已知圆 M： $x^2+y^2-2ay=0(a>0)$ 截直线 $x+y=0$ 所得线段的长度是 $2\sqrt{2}$，则圆 M 与圆 N：$(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 的位置关系是

（A）内切（B）相交（C）外切（D）相离

（8）$\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 的对边分别是 a，b，c，已知 $b=c, a^2=2b^2(1-\sin A)$,则 A=

（A）$\frac{3\pi}{4}$（B）$\frac{\pi}{3}$（C）$\frac{\pi}{4}$（D）$\frac{\pi}{6}$

(9)已知函数 $f(x)$的定义域为 **R.**当 $x<0$ 时，$f(x)=x^3-1$；当$-1\leqslant x\leqslant 1$ 时，$f(-x)=-f(x)$；当 $x>\frac{1}{2}$ 时，$f(x+\frac{1}{2})=f(x-\frac{1}{2})$.则 $f(6)$=

（A）-2　　　　（B）-1

（C）0　　　　（D）2

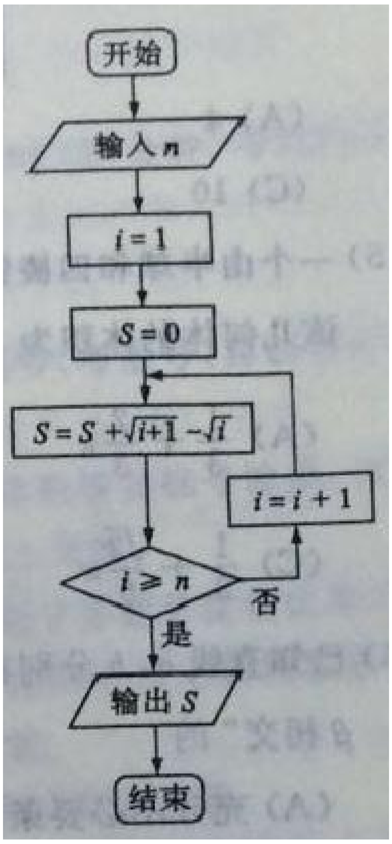
（10）若函数 $y=f(x)$ 的图象上存在两点，使得函数的图象在这两点处的切线互相垂直，则称 $y=f(x)$ 具有 T 性质.下列函数中具有 T 性质的是

（A） $y=\sin x$　　（B） $y=\ln x$　　（C） $y=e^x$　　（D） $y=x^3$

第 II 卷（共 100 分）

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

（11）执行右边的程序框图，若输入 n 的值为 3，则输出的 S 的值为______.



（12）观察下列等式：

$(\sin\frac{\pi}{3})^{-2}+(\sin\frac{2\pi}{3})^{-2}=\frac{4}{3}\times1\times2$；

$(\sin\frac{\pi}{5})^{-2}+(\sin\frac{2\pi}{5})^{-2}+(\sin\frac{3\pi}{5})^{-2}+(\sin\frac{4\pi}{5})^{-2}=\frac{4}{3}\times2\times3$；

$(\sin\frac{\pi}{7})^{-2}+(\sin\frac{2\pi}{7})^{-2}+(\sin\frac{3\pi}{7})^{-2}+\cdots+(\sin\frac{6\pi}{7})^{-2}=\frac{4}{3}\times3\times4$；

$(\sin\frac{\pi}{9})^{-2}+(\sin\frac{2\pi}{9})^{-2}+(\sin\frac{3\pi}{9})^{-2}+\cdots+(\sin\frac{8\pi}{9})^{-2}=\frac{4}{3}\times4\times5$；

……

照此规律，$(\sin\frac{\pi}{2n+1})^{-2}+(\sin\frac{2\pi}{2n+1})^{-2}+(\sin\frac{3\pi}{2n+1})^{-2}+\cdots+(\sin\frac{2n\pi}{2n+1})^{-2}=$________.

（13）已知向量 $a=(1,-1)$，$b=(6,-4)$．若 $a\perp(ta+b)$，则实数 t 的值为________.

（14）已知双曲线 E：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）．矩形 $ABCD$ 的四个顶点在 E 上，AB，CD 的中点为 E 的两个焦点，且 $2|AB|=3|BC|$，则 E 的离心率是_______.

（15）已知函数 $f(x)=\begin{cases}|x|,x\le m,\\x^2-2mx+4m,x>m,\end{cases}$ 其中 $m>0$．若存在实数 b，使得关于 x 的方程 $f(x)=b$ 有三个不同的根，则 m 的取值范围是_______.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 75 分

（16）（本小题满分 12 分）

某儿童乐园在“六一”儿童节退出了一项趣味活动.参加活动的儿童需转动如图所示的转盘两次，每次转动后，待转盘停止转动时，记录指针所指区域中的数.设两次记录的数分别为 x，y.奖励规则如下：

①若 $xy \le 3$，则奖励玩具一个；

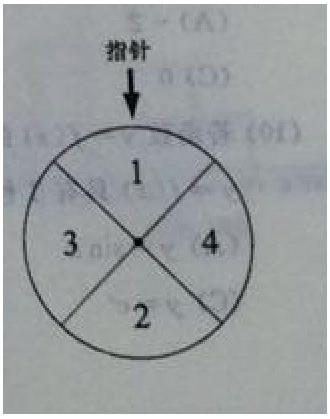
②若 $xy \ge 8$，则奖励水杯一个；

③其余情况奖励饮料一瓶.

假设转盘质地均匀，四个区域划分均匀.小亮准备参加此项活动.

（I）求小亮获得玩具的概率；

（II）请比较小亮获得水杯与获得饮料的概率的大小，并说明理由.



（17）（本小题满分 12 分）

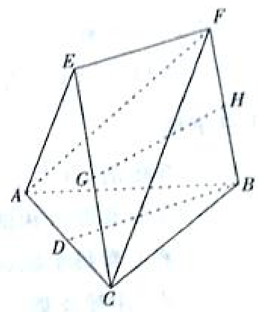
设 $f(x)=2\sqrt{3}\sin(\pi-x)\sin x-(\sin x-\cos x)^2$.

（I）求 $f(x)$ 得单调递增区间；

（II）把 $y=f(x)$ 的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），再把得到的图象向左平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位，得到函数 $y=g(x)$ 的图象，求 $g(\dfrac{\pi}{6})$ 的值.

（18）（本小题满分 12 分）

在如图所示的几何体中，D 是 AC 的中点，$EF\,//\,DB$.



（I）已知 $AB=BC$，$AE=EC$.求证：$AC\perp FB$；

（II）已知 G,H 分别是 EC 和 FB 的中点.求证：$GH\,//$ 平面 ABC.

（19）（本小题满分 12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=3n^2+8n$，$\{b_n\}$ 是等差数列，且 $a_n=b_n+b_{n+1}$.

（I）求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式；

（II）令 $c_n=\dfrac{(a_n+1)^{n+1}}{(b_n+2)^n}$.求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

(20)(本小题满分 13 分)

设 $f(x)=x\ln x-ax^2+(2a-1)x$，$a\in R$.

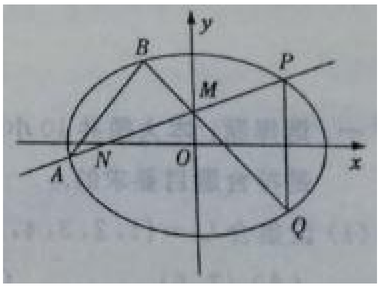
(Ⅰ)令 $g(x)=f'(x)$，求 $g(x)$的单调区间；

(Ⅱ)已知 $f(x)$在 $x=1$ 处取得极大值.求实数 a 的取值范围.

(21)(本小题满分 14 分)

已知椭圆 C:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的长轴长为 4，焦距为 $2\sqrt{2}$.

（I）求椭圆 C 的方程;



(Ⅱ)过动点 $M(0，m)(m>0)$的直线交 x 轴与点 N，交 C 于点 A，P(P 在第一象限)，且 M 是线段 PN 的中点.过点 P 作 x 轴的垂线交 C 于另一点 Q，延长线 QM 交 C 于点 B.

(i)设直线 PM、QM 的斜率分别为 k、k'，证明$\frac{k'}{k}$为定值.

(ii)求直线 AB 的斜率的最小值.