

2016 年普通高等学校招生全国统一考试(全国 III 卷)

(适用地区: 云南、广西、贵州、四川、西藏)

文科数学

本试卷共 24 题, 共 150 分。考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

- 注意事项:** 1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚, 将条形码准确粘贴在条形码区域内。
 2. 答题时请按要求用笔。
 3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试卷上答题无效。
 4. 作图可先使用铅笔画出, 确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
 5. 保持卡面清洁, 不要折叠、不要弄破、弄皱, 不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

第 I 卷

一. 选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

(1) 设集合 $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{4, 8\}$, 则 $\complement_A B =$

- (A) $\{4, 8\}$ (B) $\{0, 2, 6\}$ (C) $\{0, 2, 6, 10\}$ (D) $\{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$

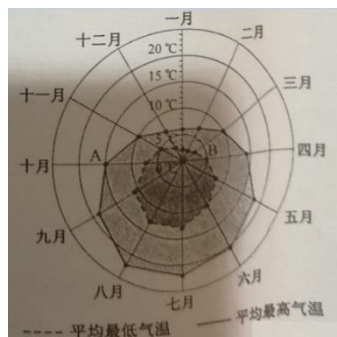
(2) 若 $z = 4 + 3i$, 则 $\frac{\bar{z}}{|z|} =$

- (A) 1 (B) -1 (C) $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$ (D) $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$

(3) 已知向量 $\vec{BA} = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, $\vec{BC} = (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$, 则 $\angle ABC =$

- (A) 30° (B) 45°
(C) 60° (D) 120°

(4) 某旅游城市为向游客介绍本地的气温情况, 绘制了一年中各月平均最高气温和平均最低气温的雷达图. 图中 A 点表示十月的平均最高气温约为 15°C , B 点表示四月的平均最低气温约为 5°C . 下面叙述不正确的是



- (A) 各月的平均最低气温都在 0°C 以上
 (B) 七月的平均温差比一月的平均温差大
 (C) 三月和十一月的平均最高气温基本相同
 (D) 平均最高气温高于 20°C 的月份有 5 个
 (5) 小敏打开计算机时, 忘记了开机密码的前两位, 只记得第一位是 M, I, N 中的一个字母, 第二位是 1, 2, 3, 4, 5 中的一个数字, 则小敏输入一次密码能够成功开机的概率是

- (A) $\frac{8}{15}$ (B) $\frac{1}{8}$ (C) $\frac{1}{15}$ (D) $\frac{1}{30}$

(6) 若 $\tan\theta = \frac{1}{3}$, 则 $\cos 2\theta =$

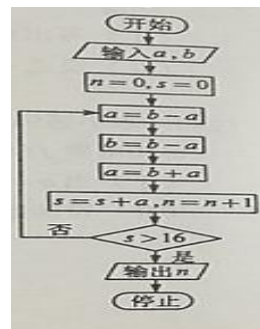
- (A) $-\frac{4}{5}$ (B) $-\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$

(7) 已知 $a = 2^{\frac{4}{3}}, b = 3^{\frac{2}{3}}, c = 25^{\frac{1}{3}}$, 则

- (A) $b < a < c$ (B) $a < b < c$ (C) $b < c < a$ (D) $c < a < b$

(8) 执行右面的程序框图, 如果输入的 $a=4, b=6$, 那么输出的 $n=$

- (A) 3
(B) 4
(C) 5
(D) 6

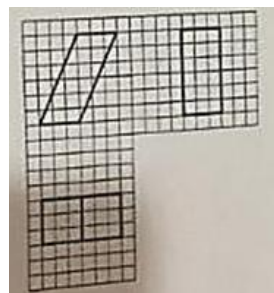


(9) 在 $\triangle ABC$ 中, $B = \frac{\pi}{4}$, BC 边上的高等于 $\frac{1}{3}BC$, 则 $\sin A =$

- (A) $\frac{3}{10}$ (B) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ (C) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (D) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

(10) 如图, 网格纸上小正方形的边长为 1, 粗实线画出的是某多面体的三视图, 则该多面体的表面积为

- (A) $18 + 36\sqrt{5}$
(B) $54 + 18\sqrt{5}$
(C) 90
(D) 81



(11) 在封闭的直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 内有一个体积为 V 的球. 若 $AB \perp BC$, $AB=6$, $BC=8$, $AA_1=3$, 则 V 的最大值是

- (A) 4π (B) $\frac{9\pi}{2}$ (C) 6π (D) $\frac{32\pi}{3}$

(12) 已知 O 为坐标原点, F 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点, A, B 分别为 C 的左, 右顶点. P 为 C 上一点, 且 $PF \perp x$ 轴. 过点 A 的直线 l 与线段 PF 交于点 M , 与 y 轴交于点 E . 若直线 BM 经过 OE 的中点, 则 C 的离心率为

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分. 第(13)题~第(21)题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第(22)题~第(24)题为选考题, 考生根据要求作答.

二、填空题: 本大题共 3 小题, 每小题 5 分

(13) 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x - y + 1 \geq 0, \\ x - 2y - 1 \leq 0, \\ x \leq 1, \end{cases}$ 则 $z = 2x + 3y - 5$ 的最小值为_____.

(14) 函数 $y = \sin x - \cos x$ 的图像可由函数 $y = 2\sin x$ 的图像至少向右平移_____个单位长度得到.

(15) 已知直线 $l: x - \sqrt{3}y + 6 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 = 12$ 交于 A、B 两点, 过 A、B 分别作 l 的垂线与 x 轴交于 C、D 两点, 则 $|CD| =$ _____.

(16) 已知 $f(x)$ 为偶函数, 当 $x \leq 0$ 时, $f(x) = e^{-x-1} - x$, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 (1, 2) 处的切线方程式_____.

三. 解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

(17) (本小题满分 12 分)

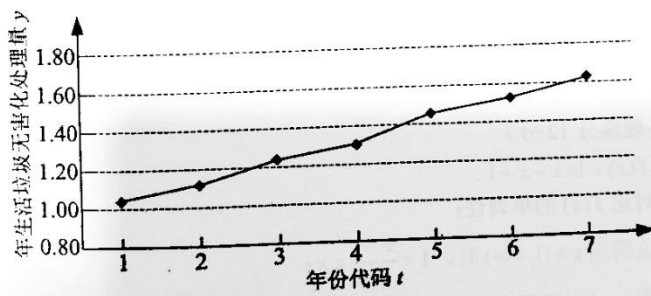
已知各项都为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_n^2 - (2a_{n+1} - 1)a_n - 2a_{n+1} = 0$.

(I) 求 a_2, a_3 ;

(II) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式

(18) (本小题满分 12 分)

下图是我国 2008 年至 2014 年生活垃圾无害化处理量 (单位: 亿吨) 的折线图.



注: 年份代码 1 - 7 分别对应年份 2008 - 2014.

(I) 由折线图看出, 可用线性回归模型拟合 y 与 t 的关系, 请用相关系数加以说明;

(II) 建立 y 关于 t 的回归方程 (系数精确到 0.01), 预测 2016 年我国生活垃圾无害化处理量.

附注:

参考数据: $\sum_{i=1}^7 y_i = 9.32, \sum_{i=1}^7 t_i y_i = 40.17, \sqrt{\sum_{i=1}^7 (y_i - \bar{y})^2} = 0.55, \approx 2.646$.

参考公式: $r = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$,

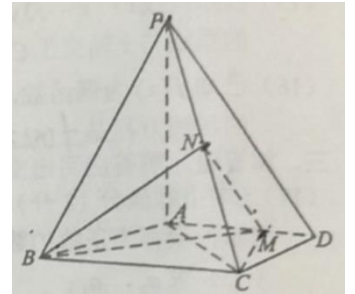
回归方程 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}t$ 中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为：

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{t}.$$

(19) (本小题满分 12 分)

如图，四棱锥 P-ABCD 中，PA ⊥ 地面 ABCD，AD // BC，AB = AD = AC = 3，PA = BC = 4，M 为线段 AD 上一点，AM = 2MD，N 为 PC 的中点。

- (I) 证明 MN // 平面 PAB;
- (II) 求四面体 N-BCM 的体积.



(20) (本小题满分 12 分)

已知抛物线 C: $y^2 = 2x$ 的焦点为 F，平行于 x 轴的两条直线 l_1, l_2 分别交 C 于 A, B 两点，交 C 的准线于 P, Q 两点。

- (I) 若 F 在线段 AB 上，R 是 PQ 的中点，证明 AR // FQ;
- (II) 若 $\triangle PQF$ 的面积是 $\triangle ABF$ 的面积的两倍，求 AB 中点的轨迹方程.

(21) (本小题满分 12 分)

设函数 $f(x) = \ln x - x + 1$.

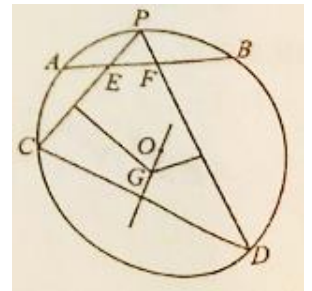
- (I) 讨论 $f(x)$ 的单调性;
- (II) 证明当 $x \in (1, +\infty)$ 时， $1 < \frac{x-1}{\ln x} < x$;
- (III) 设 $c > 1$ ，证明当 $x \in (0, 1)$ 时， $1 + (c-1)x > c^x$.

请考生在 22、23、24 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分,做答时请写清题号

(22) (本小题满分 10 分) 选修 4—1: 几何证明选讲

如图, $\odot O$ 中 \widehat{AB} 的中点为 P , 弦 PC, PD 分别交 AB 于 E, F 两点。

- (I) 若 $\angle PFB=2\angle PCD$, 求 $\angle PCD$ 的大小;
- (II) 若 EC 的垂直平分线与 FD 的垂直平分线交于点 G , 证明 $OG \perp CD$ 。



(23) (本小题满分 10 分) 选修 4—4: 坐标系与参数方程

在直线坐标系 xoy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{3}\cos\alpha, \\ y = \sin\alpha, \end{cases}$ (α 为参数)。以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴, 建

立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\sin(\theta + \frac{\pi}{4}) = 2\sqrt{2}$ 。

- (I) 写出 C_1 的普通方程和 C_2 的直角坐标方程;
- (II) 设点 P 在 C_1 上, 点 Q 在 C_2 上, 求 $|PQ|$ 的最小值及此时 P 的直角坐标。

(24) (本小题满分 10 分), 选修 4—5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |2x-a| + a$ 。

- (I) 当 $a=2$ 时, 求不等式 $f(x) \leq 6$ 的解集;
- (II) 设函数 $g(x) = |2x-1|$ 。当 $x \in \mathbf{R}$ 时, $f(x)+g(x) \geq 3$, 求 a 的取值范围。

