

## 2016 年普通高等学校招生全国统一考试(全国 III 卷)

(适用地区：云南、广西、贵州、四川、西藏)

# 文科数学

本试卷共 24 题，共 150 分。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

- 注意事项：**
1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
  2. 答题时请按要求用笔。
  3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
  4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
  5. 保持卡面清洁，不要折叠、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

## 第 I 卷

一. 选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) 设集合  $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$ ,  $B = \{4, 8\}$ , 则  $\complement_A B =$

- (A)  $\{4, 8\}$       (B)  $\{0, 2, 6\}$       (C)  $\{0, 2, 6, 10\}$       (D)  $\{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$

(2) 若  $z = 4 + 3i$ , 则  $\frac{\bar{z}}{|z|} =$

- (A) 1      (B) -1      (C)  $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$       (D)  $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$

(3) 已知向量  $\vec{BA} = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ ,  $\vec{BC} = (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ , 则  $\angle ABC =$

- (A)  $30^\circ$     (B)  $45^\circ$   
(C)  $60^\circ$     (D)  $120^\circ$

(4) 某旅游城市为向游客介绍本地的气温情况，绘制了一年中各月平均最高气温和平均最低气温的雷达图. 图中 A 点表示十月的平均最高气温约为  $15^\circ\text{C}$ , B 点表示四月的平均最低气温约为  $5^\circ\text{C}$ . 下面叙述不正确的是



- (A) 各月的平均最低气温都在  $0^\circ\text{C}$  以上  
(B) 七月的平均温差比一月的平均温差大  
(C) 三月和十一月的平均最高气温基本相同  
(D) 平均最高气温高于  $20^\circ\text{C}$  的月份有 5 个  
(5) 小敏打开计算机时，忘记了开机密码的前两位，只记得第一位是 M, I, N 中的一个字母，第二位是 1, 2, 3, 4, 5 中的一个数字，则小敏输入一次密码能够成功开机的概率是

- (A)  $\frac{8}{15}$  (B)  $\frac{1}{8}$  (C)  $\frac{1}{15}$  (D)  $\frac{1}{30}$

(6) 若  $\tan\theta = \frac{1}{3}$ , 则  $\cos 2\theta =$

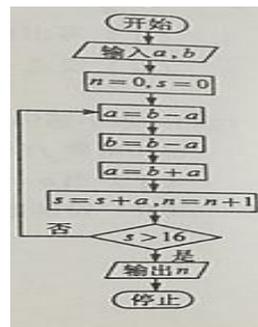
- (A)  $-\frac{4}{5}$  (B)  $-\frac{1}{5}$  (C)  $\frac{1}{5}$  (D)  $\frac{4}{5}$

(7) 已知  $a = 2^{\frac{4}{3}}, b = 3^{\frac{2}{3}}, c = 25^{\frac{1}{3}}$ , 则

- (A)  $b < a < c$  (B)  $a < b < c$  (C)  $b < c < a$  (D)  $c < a < b$

(8) 执行右面的程序框图, 如果输入的  $a=4, b=6$ , 那么输出的  $n=$

- (A) 3  
(B) 4  
(C) 5  
(D) 6

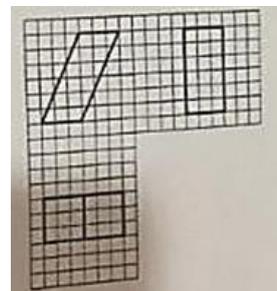


(9) 在  $\triangle ABC$  中,  $B = \frac{\pi}{4}$ ,  $BC$  边上的高等于  $\frac{1}{3}BC$ , 则  $\sin A =$

- (A)  $\frac{3}{10}$  (B)  $\frac{\sqrt{10}}{10}$  (C)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$  (D)  $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

(10) 如图, 网格纸上小正方形的边长为 1, 粗实线画出的是某多面体的三视图, 则该多面体的表面积为

- (A)  $18 + 36\sqrt{5}$   
(B)  $54 + 18\sqrt{5}$   
(C) 90  
(D) 81



(11) 在封闭的直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  内有一个体积为  $V$  的球. 若  $AB \perp BC$ ,  $AB=6$ ,  $BC=8$ ,  $AA_1=3$ , 则  $V$  的最大值是

- (A)  $4\pi$  (B)  $\frac{9\pi}{2}$  (C)  $6\pi$  (D)  $\frac{32\pi}{3}$

(12) 已知  $O$  为坐标原点,  $F$  是椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左焦点,  $A, B$  分别为  $C$  的左, 右顶点.  $P$  为  $C$  上一点, 且  $PF \perp x$  轴. 过点  $A$  的直线  $l$  与线段  $PF$  交于点  $M$ , 与  $y$  轴交于点  $E$ . 若直线  $BM$  经过  $OE$  的中点, 则  $C$  的离心率为

- (A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{2}{3}$  (D)  $\frac{3}{4}$

## 第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分. 第(13)题~第(21)题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第(22)题~第(24)题为选考题, 考生根据要求作答.

二、填空题: 本大题共 3 小题, 每小题 5 分

(13) 设  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} 2x - y + 1 \geq 0, \\ x - 2y - 1 \leq 0, \\ x \leq 1, \end{cases}$  则  $z = 2x + 3y - 5$  的最小值为\_\_\_\_\_.

(14) 函数  $y = \sin x - \cos x$  的图像可由函数  $y = 2\sin x$  的图像至少向右平移\_\_\_\_\_个单位长度得到.

(15) 已知直线  $l: x - \sqrt{3}y + 6 = 0$  与圆  $x^2 + y^2 = 12$  交于 A、B 两点, 过 A、B 分别作  $l$  的垂线与  $x$  轴交于 C、D 两点, 则  $|CD| =$ \_\_\_\_\_.

(16) 已知  $f(x)$  为偶函数, 当  $x \leq 0$  时,  $f(x) = e^{-x-1} - x$ , 则曲线  $y = f(x)$  在点 (1, 2) 处的切线方程式\_\_\_\_\_.

三. 解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

(17) (本小题满分 12 分)

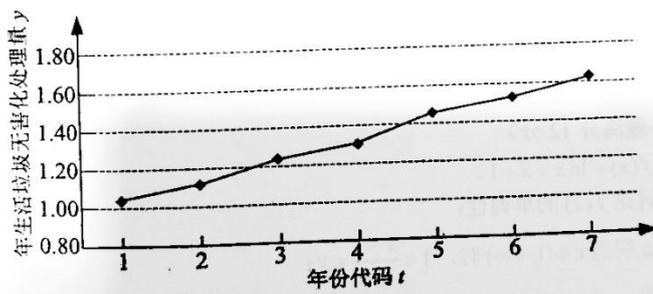
已知各项都为正数的数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 1, a_n^2 - (2a_{n+1} - 1)a_n - 2a_{n+1} = 0$ .

(I) 求  $a_2, a_3$ ;

(II) 求  $\{a_n\}$  的通项公式

(18) (本小题满分 12 分)

下图是我国 2008 年至 2014 年生活垃圾无害化处理量 (单位: 亿吨) 的折线图.



注: 年份代码 1 - 7 分别对应年份 2008 - 2014.

(I) 由折线图看出, 可用线性回归模型拟合  $y$  与  $t$  的关系, 请用相关系数加以说明;

(II) 建立  $y$  关于  $t$  的回归方程 (系数精确到 0.01), 预测 2016 年我国生活垃圾无害化处理量.

附注:

参考数据:  $\sum_{i=1}^7 y_i = 9.32, \sum_{i=1}^7 t_i y_i = 40.17, \sqrt{\sum_{i=1}^7 (y_i - \bar{y})^2} = 0.55, \approx 2.646$ .

参考公式:  $r = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$ ,

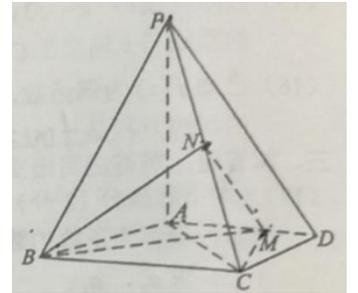
回归方程  $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}t$  中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为：

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{t}.$$

(19) (本小题满分 12 分)

如图，四棱锥 P-ABCD 中，PA ⊥ 地面 ABCD，AD // BC，AB = AD = AC = 3，PA = BC = 4，M 为线段 AD 上一点，AM = 2MD，N 为 PC 的中点。

- (I) 证明 MN // 平面 PAB;
- (II) 求四面体 N-BCM 的体积.



(20) (本小题满分 12 分)

已知抛物线 C:  $y^2 = 2x$  的焦点为 F，平行于 x 轴的两条直线  $l_1, l_2$  分别交 C 于 A, B 两点，交 C 的准线于 P, Q 两点。

- (I) 若 F 在线段 AB 上，R 是 PQ 的中点，证明 AR // FQ;
- (II) 若  $\triangle PQF$  的面积是  $\triangle ABF$  的面积的两倍，求 AB 中点的轨迹方程.

(21) (本小题满分 12 分)

设函数  $f(x) = \ln x - x + 1$ .

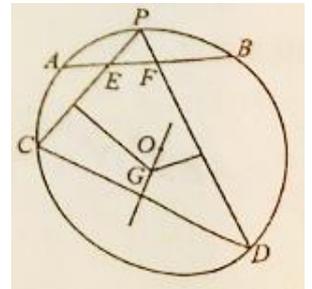
- (I) 讨论  $f(x)$  的单调性;
- (II) 证明当  $x \in (1, +\infty)$  时， $1 < \frac{x-1}{\ln x} < x$ ;
- (III) 设  $c > 1$ ，证明当  $x \in (0, 1)$  时， $1 + (c-1)x > c^x$ .

请考生在 22、23、24 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分,做答时请写清题号

(22) (本小题满分 10 分) 选修 4—1: 几何证明选讲

如图,  $\odot O$  中  $\widehat{AB}$  的中点为  $P$ , 弦  $PC, PD$  分别交  $AB$  于  $E, F$  两点。

- (I) 若  $\angle PFB=2\angle PCD$ , 求  $\angle PCD$  的大小;
- (II) 若  $EC$  的垂直平分线与  $FD$  的垂直平分线交于点  $G$ , 证明  $OG \perp CD$ 。



(23) (本小题满分 10 分) 选修 4—4: 坐标系与参数方程

在直线坐标系  $xoy$  中, 曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \sqrt{3}\cos\alpha, \\ y = \sin\alpha, \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数)。以坐标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴, 建

立极坐标系, 曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $\rho\sin(\theta + \frac{\pi}{4}) = 2\sqrt{2}$ 。

- (I) 写出  $C_1$  的普通方程和  $C_2$  的直角坐标方程;
- (II) 设点  $P$  在  $C_1$  上, 点  $Q$  在  $C_2$  上, 求  $|PQ|$  的最小值及此时  $P$  的直角坐标。

(24) (本小题满分 10 分), 选修 4—5: 不等式选讲

已知函数  $f(x) = |2x-a| + a$ 。

- (I) 当  $a=2$  时, 求不等式  $f(x) \leq 6$  的解集;
- (II) 设函数  $g(x) = |2x-1|$ 。当  $x \in \mathbf{R}$  时,  $f(x)+g(x) \geq 3$ , 求  $a$  的取值范围。

