

2015年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）

数学（文科）

一、选择题（本大题共10小题，每小题5分，满分50分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1、若集合 $M = \{-1, 1\}$ ， $N = \{-2, 1, 0\}$ ，则 $M \cap N =$ ()

A. $\{0, -1\}$ B. $\{0\}$ C. $\{1\}$ D. $\{-1, 1\}$

2、已知 i 是虚数单位，则复数 $(1+i)^2 =$ ()

A. -2 B. 2 C. $-2i$ D. $2i$

3、下列函数中，既不是奇函数，也不是偶函数的是 ()

A. $y = x^2 + \sin x$ B. $y = x^2 - \cos x$ C. $y = 2^x + \frac{1}{2^x}$

D. $y = x + \sin 2x$

4、若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y \leq 2 \\ x+y \geq 0 \\ x \leq 4 \end{cases}$ ，则 $z = 2x + 3y$ 的最大值为 ()

A. 10 B. 8 C. 5 D. 2

5、设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c 。若 $a = 2, c = 2\sqrt{3}, \cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

且 $b < c$ ，则 $b =$ ()

A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $2\sqrt{2}$ D. 3

6、若直线 l_1 和 l_2 是异面直线， l_1 在平面 α 内， l_2 在平面 β 内， l 是平面 α 与平面 β 的交线，则下列命题正确的是 ()

A. l 至少与 l_1, l_2 中的一条相交 B. l 与 l_1, l_2 都相交
C. l 至多与 l_1, l_2 中的一条相交 D. l 与 l_1, l_2 都不相交

7、已知5件产品中有2件次品，其余为合格品。现从这5件产品中任取2件，恰有一件次品的概率为 ()

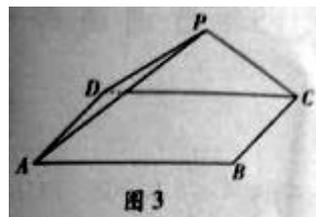
A. 0.4 B. 0.6 C. 0.8 D. 1

8、已知椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{m^2} = 1$ ($m > 0$) 的左焦点为 $F_1(-4, 0)$ ，则 $m =$ ()

A. 9 B. 4 C. 3 D. 2

- (1) 求直方图中 x 的值；
 (2) 求月平均用电量的众数和中位数；
 (3) 在月平均用电量为 $[220, 240)$, $[240, 260)$, $[260, 280)$, $[280, 300]$ 的四组用户中，用分层抽样的方法抽取 11 户居民，则月平均用电量在 $[220, 240)$ 的用户中应抽取多少户？

18、(本小题满分 14 分) 如图 3，三角形 PDC 所在的平面与长方形 $ABCD$ 所在的平面垂直， $PD = PC = 4$ ， $AB = 6$ ， $BC = 3$ 。



- (1) 证明： $BC \parallel$ 平面 PDA ；
 (2) 证明： $BC \perp PD$ ；
 (3) 求点 C 到平面 PDA 的距离。

19、(本小题满分 14 分) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ， $n \in \mathbb{N}^*$ 。已知 $a_1 = 1$ ， $a_2 = \frac{3}{2}$ ， $a_3 = \frac{5}{4}$ ，且当 $n \geq 2$ 时， $4S_{n+2} + 5S_n = 8S_{n+1} + S_{n-1}$ 。

- (1) 求 a_4 的值；
 (2) 证明： $\left\{a_{n+1} - \frac{1}{2}a_n\right\}$ 为等比数列；
 (3) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式。

20、(本小题满分 14 分) 已知过原点的动直线 l 与圆 $C_1: x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$ 相交于不同的两点 A ， B 。

- (1) 求圆 C_1 的圆心坐标；
 (2) 求线段 AB 的中点 M 的轨迹 C 的方程；
 (3) 是否存在实数 k ，使得直线 $L: y = k(x - 4)$ 与曲线 C 只有一个交点？若存在，求出 k 的取值范围；若不存在，说明理由。

21、(本小题满分 14 分) 设 a 为实数，函数 $f(x) = (x - a)^2 + |x - a| - a(a - 1)$ 。

- (1) 若 $f(0) \leq 1$ ，求 a 的取值范围；
 (2) 讨论 $f(x)$ 的单调性；
 (3) 当 $a \geq 2$ 时，讨论 $f(x) + \frac{4}{x}$ 在区间 $(0, +\infty)$ 内的零点个数。