参考答案

一、解析：$\because m+3>0$，$m-1<0$，$\therefore -3<m<1$，故选 A.

二、解析：$B=\{x|(x+1)(x-2)<0,\ x\in Z\}=\{x|-1<x<2,\ x\in Z\}$，$\therefore B=\{0,1\}$，$\therefore A\cup B=\{0,1,2,3\}$，故选 C.

3、解析： 向量 $a+b=(4,m-2)$，$\because (a+b)\perp b$，$\therefore (a+b)\cdot b=10-2(m-2)=0$，解得 $m=8$，故选 D.

4、解析：圆 $x^2+y^2-2x-8y+13=0$ 化为标准方程为：$(x-1)^2+(y-4)^2=4$，故圆心为$(1,4)$，$d=\frac{|a+4-1|}{\sqrt{a^2+1}}=1$，解得 $a=-\frac{4}{3}$，故选 A.

五、解析一：$E\to F$ 有 6 种走法，$F\to G$ 有 3 种走法，由乘法原理知，共 $6\times3=18$ 种走法，故选 B.

解析二：由题意，小明从街道的 E 处动身到 F 处最短有 C_4^2条路，再从 F 处到 G 处最短共有 C_3^1条路，则小明到老年公寓能够选择的最短路径条数为 $C_4^2\cdot C_3^1=18$ 条，故选 B。

六、解析：几何体是圆锥与圆柱的组合体，

设圆柱底面圆半径为 r，周长为 c，圆锥母线长为 l，圆柱高为 h.

由图得 $r=2$，$c=2\pi r=4\pi$，由勾股定理得：$l=\sqrt{2^2+(2\sqrt{3})^2}=4$，$S_{表}=\pi r^2+ch+\frac{1}{2}cl=4\pi+16\pi+8\pi=28\pi$，故选 C.

7、解析：由题意，将函数 $y=2\sin2x$ 的图像向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位得 $y=2\sin2(x+\frac{\pi}{12})=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$，则平移后函数的对称轴为 $2x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi$，$k\in Z$，即 $x=\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{2}$，$k\in Z$，故选 B。

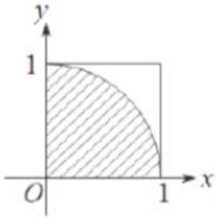
八、解析：第一次运算：$s=0\times2+2=2$，第二次运算：$s=2\times2+2=6$，第三次运算：$s=6\times2+5=17$，故选 C.

九、解析：$\because \cos(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\frac{3}{5}$，$\sin2\alpha=\cos(\frac{\pi}{2}-2\alpha)=2\cos^2(\frac{\pi}{4}-\alpha)-1=\frac{7}{25}$，故选 D.

解法二：对 $\cos(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\frac{3}{5}$展开后直接平方

解法三：换元法

10、解析：由题意得：$(x_i,y_i)(i=1,\ 2,\ 3,\ \dots,\ n)$在如图所示方格中，而平方和小于 1 的点均在如图的阴影中



由几何概型概率计算公式知$\frac{\pi/4}{1}=\frac{m}{n}$，$\therefore \pi=\frac{4m}{n}$，故选 C.

1一、解析：离心率 $e=\frac{F_1F_2}{MF_2-MF_1}$，由正弦定理得 $e=\frac{F_1F_2}{MF_2-MF_1}=\frac{\sin M}{\sin F_1-\sin F_2}=\frac{\frac{2\sqrt{2}}{3}}{1-\frac{1}{3}}=\sqrt{2}$. 故选 A.

1二、解析：由 $f(-x)=2-f(x)$得 $f(x)$关于$(0,1)$对称，而 $y=\frac{x+1}{x}=1+\frac{1}{x}$也关于$(0,1)$对称，

$\therefore$ 关于每一组对称点 $x_i+x'_i=0$，$y_i+y'_i=2$，

$\therefore \sum_{i=1}^{m}\left(x_i+y_i\right)=\sum_{i=1}^{m}x_i+\sum_{i=1}^{m}y_i=0+2\cdot\frac{m}{2}=m$，故选 B.

13、解析：$\because \cos A=\frac{4}{5}$，$\cos C=\frac{5}{13}$，$\sin A=\frac{3}{5}$，$\sin C=\frac{12}{13}$，$\therefore \sin B=\sin(A+C)=\sin A\cos C+\cos A\sin C=\frac{63}{65}$，

由正弦定理：$\frac{b}{\sin B}=\frac{a}{\sin A}$，解得 $b=\frac{21}{13}$.

14、解析：关于①，$m\perp n$，$m\perp\alpha$，$n\parallel\beta$，则 α，β 的位置关系无法确信，故错误；关于②，因为$n//\alpha$，因此过直线 n 作平面 γ 与平面 β 相交于直线 c，则 $n\parallel c$，因为 $m\perp\alpha$，$\therefore m\perp c$，$\therefore m\perp n$，故②正确；关于③，由两个平面平行的性质可知正确；关于④，由线面所成角的概念和等角定理可知其正确，故正确的有②③④.

1五、解析：由题意得：丙不拿(2,3)，若丙(1,2)，则乙(2,3)，甲(1,3)知足；若丙(1,3)，则乙(2,3)，甲(1,2)不知足；故甲(1,3)，

1六、解析：$y=\ln x+2$ 的切线为：$y=\frac{1}{x_1}\cdot x+\ln x_1+1$(设切点横坐标为 x_1)

$y=\ln(x+1)$的切线为：$y=\frac{1}{x_2+1}\cdot x+\ln(x_2+1)-\frac{x_2}{x_2+1}$，$\therefore \begin{cases}\frac{1}{x_1}=\frac{1}{x_2+1}\\ \ln x_1+1=\ln(x_2+1)-\frac{x_2}{x_2+1}\end{cases}$

解得 $x_1=\frac{1}{2}$，$x_2=-\frac{1}{2}$。$\therefore b=\ln x_1+1=1-\ln 2$.

17、解析：(1)设$\{a_n\}$的公差为 d，$S_7=7a_4=28$，$\therefore a_4=4$，$\therefore d=\frac{a_4-a_1}{3}=1$，$\therefore a_n=a_1+(n-1)d=n$.

∴ $b_1=[\lg a_1]=[\lg 1]=0$，$b_{11}=[\lg a_{11}]=[\lg 11]=1$，$b_{101}=[\lg a_{101}]=[\lg 101]=2$.

(2)记$\{b_n\}$的前 n 项和为 T_n，则 $T_{1000}=b_1+b_2+\ldots+b_{1000}=[\lg a_1]+[\lg a_2]+\ldots+[\lg a_{1000}]$.

当 $0\le \lg a_n<1$ 时，n=1，2，…，9；当 $1\le \lg a_n<2$ 时，n=10，11，…，99；当 $2\le \lg a_n<3$ 时，n=100，101，…，999；当 $\lg a_n=3$ 时，n=1000．∴ $T_{1000}=0\times 9+1\times 90+2\times 900+3\times 1=1893$.

1八、(1)设续保人今年度的保费高于大体保费为事件 A，$P(A)=1-P(\overline{A})=1-+=$.

(2)设续保人保费比大体保费高出 60%为事件 B，$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$=错误!=错误!.

(3)解：设今年度所交保费为随机变量 X.

X		a				2a
P						

平均保费 EX=×++×+×+×+2a×=,

∴ 平均保费与大体保费比值为.

1九、解析：(1)证明：如下左 1 图，∵ $AE=CF=\frac{5}{4}$，∴ $\frac{AE}{AD}=\frac{CF}{CD}$，∴ EF∥AC.

∵ 四边形 ABCD 为菱形，∴ AC⊥BD，∴ EF⊥BD，∴ EF⊥DH，∴ EF⊥D'H.

∵ AC=6，∴ AD=3；又 AB=5，AO⊥OB，∴ OB=4，∴ $OH=\frac{AE}{AO}\cdot OD=1$，∴ DH=D'H=3，∴ $|OD'|^2=|OH|^2+|D'H|^2$，∴ D'H⊥OH.

又∵ OH∩EF=H，∴ D'H⊥面 ABCD.

(2)方式一、几何法：若 AB=5，AC=6，则 AO=3，B0=OD=4，∵ $AE=\frac{5}{4}$，AD=AB=5，∴ $DE=5-\frac{5}{4}=\frac{15}{4}$，

∵ EF∥AC，∴ $\frac{DE}{AD}=\frac{EH}{AC}=\frac{DH}{OD}=\frac{15/4}{5}=\frac{3}{4}$，∴ $EH=\frac{9}{4}$，$EF=2EH=\frac{9}{2}$，DH=3，OH=4−3=1，

∵ HD′=DH=3，$OD'=2\sqrt{2}$，∴ 知足 $HD'^2=OD'^2+OH^2$，则△OHD′为直角三角形，且 OD′⊥OH，

即 OD′⊥底面 ABCD，即 OD′是五棱锥 D′−ABCFE 的高.

底面五边形的面积 $S=\frac{1}{2}\times AC\cdot OB+\frac{(EF+AC)\cdot OH}{2}=\frac{1}{2}\times 6\times 4+\frac{(\frac{9}{2}+6)\times 1}{2}=12+\frac{21}{4}=\frac{69}{4}$，

则五棱锥 D′−ABCFE 体积 $V=\frac{1}{3}S\cdot OD'=\frac{1}{3}\times\frac{69}{4}\times 2\sqrt{2}=\frac{23\sqrt{2}}{2}$.

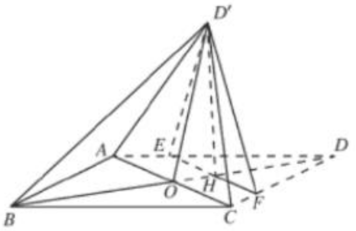
方式二、向量法。成立如下左 2 图坐标系 H−xyz．B(5,0,0)，C(1,3,0)，D'(0,0,3)，A(1,−3,0)，

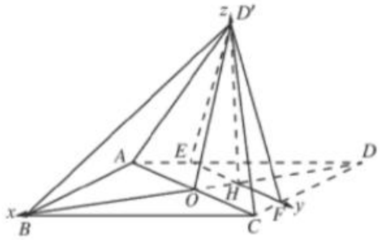
∴ 向量 AB=(4,3,0)，AD'=(−1,3,3)，AC=(0,6,0)，

设面 ABD'法向量 $n_1=(x,y,z)$，由$\begin{cases}n_1\cdot AB=0\\ n_1\cdot AD'=0\end{cases}$得$\begin{cases}4x+3y=0\\ -x+3y+3z=0\end{cases}$，取$\begin{cases}x=3\\ y=-4\\ z=5\end{cases}$，∴ $n_1=(3,-4,5)$.

同理可得面 AD'C 的法向量 $n_2=(3,0,1)$，

∴ $|\cos\theta|=\frac{|n_1\cdot n_2|}{|n_1||n_2|}=\frac{|9+5|}{5\sqrt{2}\cdot\sqrt{10}}=\frac{7\sqrt{5}}{25}$，∴ $\sin\theta=\frac{2\sqrt{95}}{25}$。





20、解析：(1)当 $t=4$ 时，椭圆 E 的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，A 点坐标为 $(-2,0)$，则直线 AM 的方程为 $y=k(x+2)$.

联立椭圆 E 和直线 AM 方程并整理得，$(3+4k^2)x^2+16k^2x+16k^2-12=0$。

解得 $x=-2$ 或 $x=-\frac{8k^2-6}{3+4k^2}$，则 $|AM|=\sqrt{1+k^2}\left|-\frac{8k^2-6}{3+4k^2}+2\right|=\sqrt{1+k^2}\cdot\frac{12}{3+4k^2}$。

$\because AM\perp AN$，$\therefore |AN|=\sqrt{1+(-\frac{1}{k})^2}\cdot\frac{12}{3+4\cdot(1-\frac{1}{k})^2}=\sqrt{1+k^2}\cdot\frac{12}{3|k|+\frac{4}{|k|}}$。

$\because |AM|=|AN|$，$k>0$，$\therefore \sqrt{1+k^2}\cdot\frac{12}{3+4k^2}=\sqrt{1+k^2}\cdot\frac{12}{3k+\frac{4}{k}}$，整理得 $(k-1)(4k^2-k-4)=0$,

$4k^2-k+4=0$ 无实根，$\therefore k=1$.

因此△ AMN 的面积为 $\frac{1}{2}|AM|^2=\frac{1}{2}(\sqrt{1+1}\cdot\frac{12}{3+4})^2=\frac{144}{49}$.

(2)直线 AM 的方程为 $y=k(x+\sqrt{t})$,

联立椭圆 E 和直线 AM 方程并整理得，$(3+tk^2)x^2+2t\sqrt{t}k^2x+t^2k^2-3t=0$。解得 $x=-\sqrt{t}$ 或 $x=-\frac{t\sqrt{t}k^2-3\sqrt{t}}{3+tk^2}$,

$\therefore |AM|=\sqrt{1+k^2}\left|-\frac{t\sqrt{t}k^2-3\sqrt{t}}{3+tk^2}+\sqrt{t}\right|=\sqrt{1+k^2}\cdot\frac{6\sqrt{t}}{3+tk^2}$，$\therefore |AN|=\sqrt{1+k^2}\cdot\frac{6\sqrt{t}}{3k+\frac{t}{k}}$

$\because 2|AM|=|AN|$，$\therefore 2\cdot\sqrt{1+k^2}\cdot\frac{6\sqrt{t}}{3+tk^2}=\sqrt{1+k^2}\cdot\frac{6\sqrt{t}}{3k+\frac{t}{k}}$，整理得，$t=\frac{6k^2-3k}{k^3-2}$.

$\because$ 椭圆 E 的核心在 x 轴，$\therefore t>3$，即 $\frac{6k^2-3k}{k^3-2}>3$，整理得 $\frac{(k^2+1)(k-2)}{k^3-2}<0$，解得 $\sqrt[3]{2}<k<2$.

2 一、解析：(1)证明：$f(x)=\frac{x-2}{x+2}e^x$，$\therefore f'(x)=e^x(\frac{x-2}{x+2}+\frac{4}{(x+2)^2})=\frac{x^2e^x}{(x+2)^2}$。

$\because$ 当 $x\in(-\infty,-2)\cup(-2,+\infty)$时，$f'(x)>0$，$\therefore f(x)$在$(-\infty,-2)$和$(-2,+\infty)$上单调递增。

$\therefore x>0$ 时，$\frac{x-2}{x+2}e^x>f(0)=-1$，$\therefore (x-2)e^x+x+2>0$。

(2)$g'(x)=\frac{(e^x-a)x^2-2x(e^x-ax-a)}{x^4}=\frac{x(xe^x-2e^x+ax+2a)}{x^4}=\frac{(x+2)(\frac{x-2}{x+2}\cdot e^x+a)}{x^3}$，$a\in[0,1)$。

由(1)知，当 $x>0$ 时，$f(x)=\frac{x-2}{x+2}e^x$ 的值域为 $(-1,+\infty)$，只有一解．使得 $\frac{t-2}{t+2}\cdot e^t=-a$，$t\in(0,2]$。

当 $x\in(0,t)$ 时 $g'(x)<0$，$g(x)$ 单调减；当 $x\in(t,+\infty)$ 时 $g'(x)>0$，$g(x)$ 单调增

$$h(a)=\frac{e^t-a(t+1)}{t^2}=\frac{e^t+(t+1)\frac{t-2}{t+2}\cdot e^t}{t^2}=\frac{e^t}{t+2}。$$

记 $k(t)=\frac{e^t}{t+2}$，在 $t\in(0,2]$ 时，$k'(t)=\frac{e^t(t+1)}{(t+2)^2}>0$，$\therefore k(t)$ 单调递增，$\therefore h(a)=k(t)\in(\frac{1}{2},\frac{e^2}{4}]$．

2 二、解析：(1)证明：$\because DF\perp CE$，$\therefore Rt\triangle DEF\backsim Rt\triangle CED$，$\therefore \angle GDF=\angle DEF=\angle BCF$，$\frac{DF}{DG}=\frac{CF}{BC}$。

$\because DE=DG$，$CD=BC$，$\therefore \frac{DF}{DG}=\frac{CF}{BC}$。$\therefore \triangle GDF\backsim\triangle BCF$，$\therefore \angle CFB=\angle DFG$。

$\therefore \angle GFB=\angle GFC+\angle CFB=\angle GFC+\angle DFG=\angle DFC=90°$，$\therefore \angle GFB+\angle GCB=180°$．$\therefore B$，$C$，$G$，$F$ 四点共圆．

(2)$\because E$ 为 AD 中点，$AB=1$，

$\therefore DG=CG=DE=\frac{1}{2}$，$\therefore$ 在 $Rt\triangle GFC$ 中，$GF=GC$，连接 GB，$Rt\triangle BCG\cong Rt\triangle BFG$，$\therefore S_{四边形BCGF}=2S_{\triangle BCG}=2\times\frac{1}{2}\times1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$．

23、解：(1)整理圆的方程得 $x^2+y^2+12x+11=0$，

由 $\rho^2=x^2+y^2$、$\rho\cos\theta=x$、$\rho\sin\theta=y$ 可知圆 C 的极坐标方程为 $\rho^2+12\rho\cos\theta+11=0$．

(2)记直线的斜率为 k，则直线的方程为 $kx-y=0$，

由垂径定理及点到直线距离公式知：$\frac{|-6k|}{\sqrt{1+k^2}}=\sqrt{25-(\frac{\sqrt{10}}{2})^2}$，即 $\frac{36k^2}{1+k^2}=\frac{90}{4}$，整理得 $k^2=\frac{5}{3}$，则 $k=\pm\frac{\sqrt{15}}{3}$．

24、解析：(1)当 $x<-\frac{1}{2}$ 时，$f(x)=\frac{1}{2}-x-x-\frac{1}{2}=-2x$，若 $-1<x<-\frac{1}{2}$；当 $-\frac{1}{2}\le x\le\frac{1}{2}$ 时，$f(x)=\frac{1}{2}-x+x+\frac{1}{2}=1<2$ 恒成立；当 $x>\frac{1}{2}$ 时，$f(x)=2x$，若 $f(x)<2$，$\frac{1}{2}<x<1$．综上可得，$M=\{x|-1<x<1\}$．

(2)当 a，$b\in(-1,1)$ 时，有 $(a^2-1)(b^2-1)>0$，即 $a^2b^2+1>a^2+b^2$，则 $a^2b^2+2ab+1>a^2+2ab+b^2$，则 $(ab+1)^2>(a+b)^2$，即 $|a+b|<|ab+1|$，

证毕．