

2016年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷 (选择题) 和第 II 卷 (非选择题) 两部分。答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷和答题卡相应位置上。
2. 回答第 I 卷时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号框涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号框。写在本试卷上无效。
3. 答第 II 卷时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效。
4. 考试结束, 将试题卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、选择题: 本大题共 12 小题。每小题 5 分, 在每个小题给出的四个选项中, 只有一项是符合要求的。

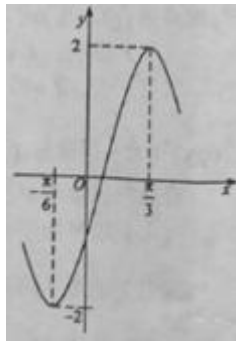
(1) 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x | x^2 < 9\}$, 则 $A \cap B =$

- (A) $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ (B) $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ (C) $\{1, 2, 3\}$ (D) $\{1, 2\}$

(2) 设复数 z 满足 $z + i = 3 - i$, 则 $\bar{z} =$

- (A) $-1 + 2i$ (B) $1 - 2i$ (C) $3 + 2i$ (D) $3 - 2i$

(3) 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的部分图像如图所示, 则



(A) $y = 2 \sin(2x - \frac{\pi}{6})$

(B) $y = 2 \sin(2x - \frac{\pi}{3})$

(C) $y = 2 \sin(2x + \frac{\pi}{6})$

(D) $y = 2 \sin(2x + \frac{\pi}{3})$

(4) 体积为 8 的正方体的顶点都在同一球面上, 则该球面的表面积为

- (A) 12π (B) $\frac{32}{3}\pi$ (C) 8π (D) 4π

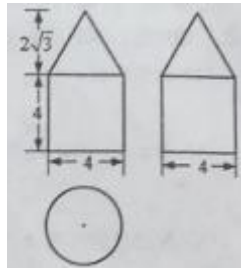
(5) 设 F 为抛物线 $C: y^2=4x$ 的焦点, 曲线 $y=\frac{k}{x}$ ($k>0$) 与 C 交于点 P , $PF \perp x$ 轴, 则 $k=$

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) $\frac{3}{2}$ (D) 2

(6) 圆 $x^2+y^2-2x-8y+13=0$ 的圆心到直线 $ax+y-1=0$ 的距离为 1 , 则 $a=$

- (A) $-\frac{4}{3}$ (B) $-\frac{3}{4}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 2

(7) 如图是由圆柱与圆锥组合而成的几何体的三视图, 则该几何体的表面积为



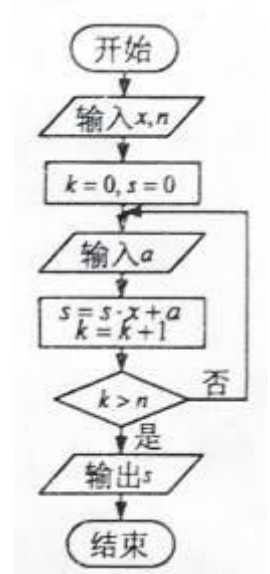
- (A) 20π (B) 24π (C) 28π (D) 32π

(8) 某路口人行横道的信号灯为红灯和绿灯交替出现, 红灯持续时间为 40 秒. 若一名行人来到该路口遇到红灯, 则至少需要等待 15 秒才出现绿灯的概率为

- (A) $\frac{7}{10}$ (B) $\frac{5}{8}$ (C) $\frac{3}{8}$ (D) $\frac{3}{10}$

(9) 中国古代有计算多项式值得秦九韶算法, 右图是实现该算法的程序框图. 执行该程序框图, 若输入的 a 为 $2, 2, 5$, 则输出的 $s=$

- (A) 7
(B) 12
(C) 17
(D) 34



(10) 下列函数中, 其定义域和值域分别与函数 $y=10^{\lg x}$ 的定义域和值域相同的是

- (A) $y=x$ (B) $y=\lg x$ (C) $y=2^x$ (D) $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$

(11) 函数 $f(x) = \cos 2x + 6 \cos(\frac{\pi}{2} - x)$ 的最大值为

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

(12) 已知函数 $f(x)$ ($x \in \mathbb{R}$) 满足 $f(x)=f(2-x)$, 若函数 $y=|x^2-2x-3|$ 与 $y=f(x)$ 图像的交点为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots$,

(x_m, y_m) , 则 $\sum_{i=1}^m x_i =$

- (A) 0 (B) m (C) $2m$ (D) $4m$

二. 填空题: 共 4 小题, 每小题 5 分.

(13) 已知向量 $a=(m,4)$, $b=(3,-2)$, 且 $a \parallel b$, 则 $m=$ _____.

(14) 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y + 1 \geq 0 \\ x + y - 3 \geq 0 \\ x - 3 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z=x-2y$ 的最小值为_____.

(15) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $\cos A = \frac{4}{5}$, $\cos C = \frac{5}{13}$, $a=1$, 则 $b=$ _____.

(16) 有三张卡片, 分别写有 1 和 2, 1 和 3, 2 和 3. 甲, 乙, 丙三人各取走一张卡片, 甲看了乙的卡片后说: “我与乙的卡片上相同的数字不是 2”, 乙看了丙的卡片后说: “我与丙的卡片上相同的数字不是 1”, 丙说: “我的卡片上的数字之和不是 5”, 则甲的卡片上的数字是_____.

三、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

(17) (本小题满分 12 分)

等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 + a_4 = 4, a_5 + a_7 = 6$

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设 $b_n = [a_n]$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 10 项和, 其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 如 $[0.9]=0, [2.6]=2$

(18) (本小题满分 12 分)

某险种的基本保费为 a (单位: 元), 继续购买该险种的投保人称为续保人, 续保人本年度的保费与其上年度出险次数的关联如下

上年度出险次数	0	1	2	3	4	≥ 5
保 费	$0.85a$	a	$1.25a$	$1.5a$	$1.75a$	$2a$

随机调查了该险种的 200 名续保人在一年内的出险情况, 得到如下统计表:

出险次数	0	1	2	3	4	≥ 5
频 数	60	50	30	30	20	10

(I) 记 A 为事件: “一续保人本年度的保费不高于基本保费”. 求 $P(A)$ 的估计值;

(II) 记 B 为事件: “一续保人本年度的保费高于基本保费但不高于基本保费的 160%”.

求 $P(B)$ 的估计值;

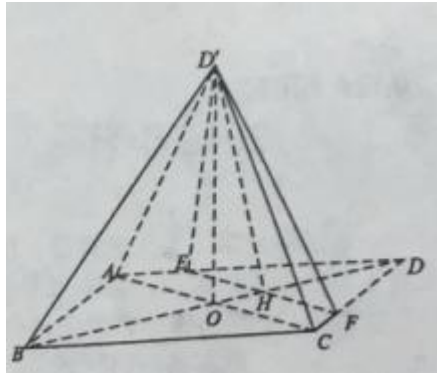
(III) 求续保人本年度的平均保费估计值.

(19) (本小题满分 12 分)

如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 交于点 O , 点 E, F 分别在 AD, CD 上, $AE=CF$, EF 交 BD 于点 H , 将 $\triangle DEF$ 沿 EF 折到 $\triangle D'EF$ 的位置.

(I) 证明: $AC \perp HD'$;

(II) 若 $AB=5, AC=6, AE=\frac{5}{4}, OD'=2\sqrt{2}$, 求五棱锥 $D'-ABCEF$ 体积.



(20) (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = (x+1)\ln x - a(x-1)$.

(I) 当 $a=4$ 时, 求曲线 $y=f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(II) 若当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $f(x) > 0$, 求 a 的取值范围.

(21) (本小题满分 12 分)

已知 A 是椭圆 $E: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左顶点, 斜率为 $k (k > 0)$ 的直线交 E 于 A, M 两点, 点 N 在 E 上, $MA \perp NA$.

(I) 当 $|AM| = |AN|$ 时, 求 $\triangle AMN$ 的面积

(II) 当 $2|AM| = |AN|$ 时, 证明: $\sqrt{3} < k < 2$.

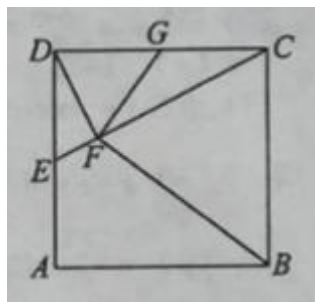
请考生在第 22~24 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

(22) (本小题满分 10 分) 选修 4-1: 几何证明选讲

如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E, G 分别在边 DA, DC 上 (不与端点重合), 且 $DE=DG$, 过 D 点作 $DF \perp CE$, 垂足为 F .

(I) 证明: B, C, G, F 四点共圆;

(II) 若 $AB=1$, E 为 DA 的中点, 求四边形 $BCGF$ 的面积.



(23) (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 圆 C 的方程为 $(x+6)^2 + y^2 = 25$.

(I) 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 求 C 的极坐标方程;

(II) 直线 l 的参数方程是 $\begin{cases} x = t \cos \alpha, \\ y = t \sin \alpha, \end{cases}$ (t 为参数), l 与 C 交于 A, B 两点, $|AB| = \sqrt{10}$, 求 l 的斜率.

(24) (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = \left| x - \frac{1}{2} \right| + \left| x + \frac{1}{2} \right|$, M 为不等式 $f(x) < 2$ 的解集.

(I) 求 M ;

(II) 证明: 当 $a, b \in M$ 时, $|a+b| < |1+ab|$.

