

绝密★启用前

2015 年普通高等学校招生全国考试
数学（文）（北京卷）

本试卷共 5 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本市卷和答题卡一并交回。

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 若集合 $A = \{x | 5 < x < 2\}$, $B = \{x | 3 < x < 3\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{x | 3 < x < 2\}$ B. $\{x | 5 < x < 2\}$ C. $\{x | 3 < x < 3\}$ D. $\{x | 5 < x < 3\}$

(2) 圆心为 (1, 1) 且过原点的圆的方程是

- (A) $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ (B) $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 1$
(C) $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 2$ (D) $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$

(3) 下列函数中为偶函数的是 ()

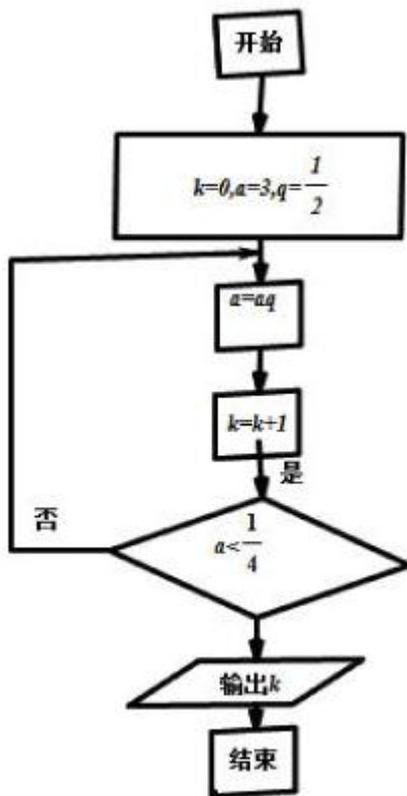
- (A) $y = x^2 \sin x$ (B) $y = x^2 \cos x$ (C) $Y = |\ln x|$ (D) $y = 2^x$

(4) 某校老年，中年和青年教师的人数见下表，采用分层抽样的方法调查教师的身体状况，在抽取的样本中，青年教师有 320 人，则该样本的老年人数为 ()

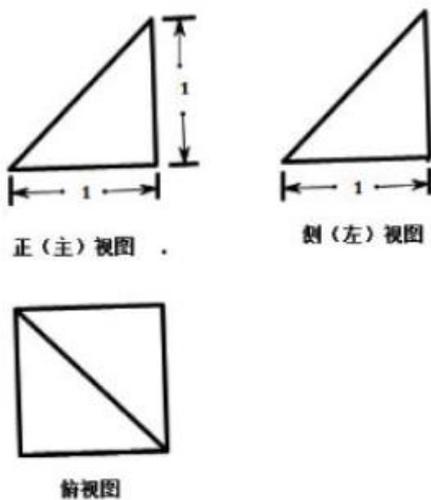
- (A) 90 (B) 100 (C) 180 (D) 300

类别	人数
老年教师	900
中年教师	1800
青年教师	1600
合计	4300

(5) 执行如图所示的程序框图，输出的 k 值为



- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6
- (6) 设 a, b 是非零向量, “ $a \cdot b = |a||b|$ ” 是 “ $a//b$ ” 的
- (A) 充分而不必要条件
 (B) 必要而不充分条件
 (C) 充分必要条件
 (D) 既不充分也不必要条件
- (7) 某四棱锥的三视图如图所示, 该四棱锥最长棱的棱长为
- (A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 2



- (8) 某辆汽车每次加油都把油箱加满, 下表记录了该车相邻两次加油时的情况。

注：“累计里程”指汽车从出厂开始累计行驶的路程
在这段时间内，该车每 100 千米平均耗油量为

加油时间	加油量（升）	加油时的累计里程（千米）
2015 年 5 月 1 日	12	35000
2015 年 5 月 15 日	48	35600

- (A) 6 升
- (B) 8 升
- (C) 10 升
- (D) 12 升

第二部分（非选择题共 110 分）

二、填空题（共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

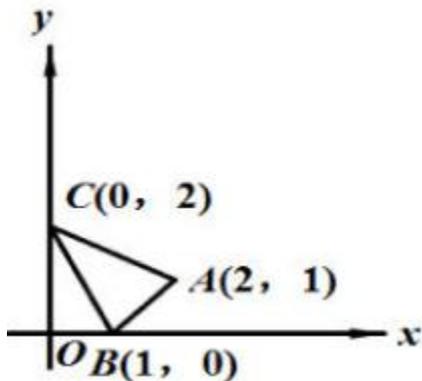
(9) 复数 $i(1+i)$ 的实数为

(10) 2^{-3} , $3^{\frac{1}{2}}$, $\log_2 5$ 三个数中最大数的是

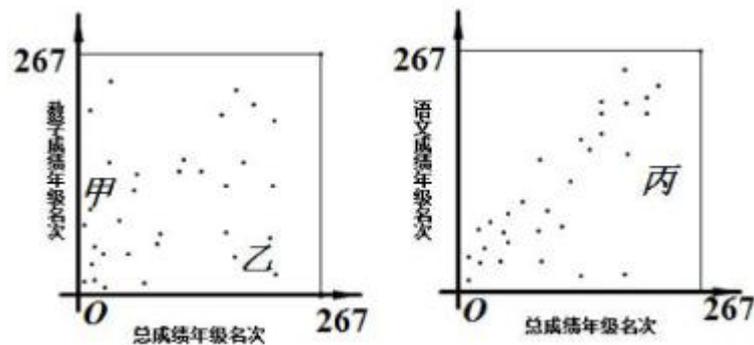
(11) 在 $\triangle ABC$ 中, $a=3, b=\sqrt{6}, \angle A=\frac{2\pi}{3}$, $\angle B=$

(12) 已知 $(2, 0)$ 是双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$ 的一个焦点, 则 $b=$.

(13) 如图, $\triangle ABC$ 及其内部的点组成的集合记为 D , $P(x, y)$ 为 D 中任意一点, 则 $z=2x+3y$ 的最大值为



(14) 高三年级 267 位学生参加期末考试, 某班 37 位学生的语文成绩, 数学成绩与总成绩在全年级中的排名情况如下, 甲、乙、丙为该班三位学生。



从这次考试成绩看,

- ①在甲、乙两人中, 其语文成绩名次比其总成绩名次靠前的学生是
- ②在语文和数学两个科目中, 两同学的成绩名次更靠前的科目是

三、解答题（共6题，共80分，解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程）

(15) (本小题13分)

已知函数 $f(x) = \sin x - 2\sqrt{3} \sin^2 \frac{x}{2}$

(I) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(II) 求 $f(x)$ 在区间 $\left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$ 上的最小值。

(16) (本小题13分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_2 = 10$, $a_4 - a_3 = 2$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_2 = a_3$, $b_3 = a_7$; 问: b_6 与数列 $\{a_n\}$ 的第几项相等?

(17) (本小题13分)

某超市随机选取1000位顾客，记录了他们购买甲、乙、丙、丁四种商品的情况，整理成下统计表，其中“√”表示购买，“×”表示未购买。

商品	甲	乙	丙	丁
顾客人数				
100	√	×	√	√
217	×	√	×	√
200	√	√	√	×
300	√	×	√	×
85	√	×	×	×
98	×	√	×	×

(I) 估计顾客同时购买乙和丙的概率

(II) 估计顾客在甲、乙、丙、丁中同时购买3种商品的概率

(III) 如果顾客购买了甲，则该顾客同时购买乙、丙、丁中哪种商品的可能性最大?

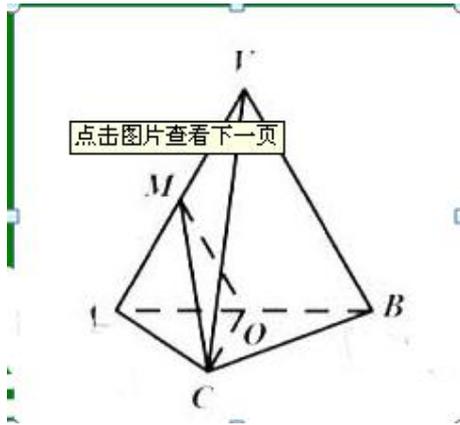
(18) (本小题14分)

如图，在三棱锥 $E-ABC$ 中，平面 $EAB \perp$ 平面 ABC ，三角形 EAB 为等边三角形， $AC \perp BC$ ，且 $AC=BC=\sqrt{2}$, O, M 分别为 AB, VA 的中点。

(1) 求证: $VB \parallel$ 平面 MOC .

(2) 求证: 平面 $MOC \perp$ 平面 VAB

(3) 求三棱锥 $V-ABC$ 的体积。



(19) (本小题 13 分)

设函数 $f(x) = \frac{x^2}{2} - k \ln x$, $k > 0$

(I) 求 $f(x)$ 的单调区间和极值;

(II) 证明: 若 $f(x)$ 存在零点, 则 $f(x)$ 在区间 $(1, \sqrt{e})$ 上仅有一个零点。

(20) (本小题 14 分)

已知椭圆 $C: x^2 + 3y^2 = 3$, 过点 $D(1,0)$ 且不过点 $E(2,1)$ 的直线与椭圆 C 交于 A, B 两点, 直线

AE 与直线 $x = 3$ 交于点 M .

(1) 求椭圆 C 的离心率;

(II) 若 AB 垂直于 x 轴, 求直线 BM 的斜率;

(III) 试判断直线 BM 与直线 DE 的位置关系, 并说明理由。