

# 2016年江苏数学高考试题

## 数学 I 试题

参考公式

圆柱的体积公式： $V_{\text{圆柱}} = Sh$ ，其中  $S$  是圆柱的底面积， $h$  为高。

圆锥的体积公式： $V_{\text{圆锥}} = \frac{1}{3}Sh$ ，其中  $S$  是圆锥的底面积， $h$  为高。

一、填空题：14 个小题，每小题 5 分，共 70 分。

1. 已知集合  $A = \{-1, 2, 3, 6\}$ ,  $B = \{x | -2 < x < 3\}$ , 则  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_.

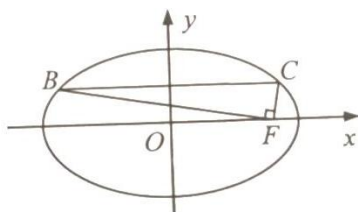
2. 复数  $z = (1 + 2i)(3 - i)$ , 其中  $i$  为虚数单位, 则  $z$  的实部是 \_\_\_\_\_.

3. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 双曲线  $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{3} = 1$  的焦距是 \_\_\_\_\_.

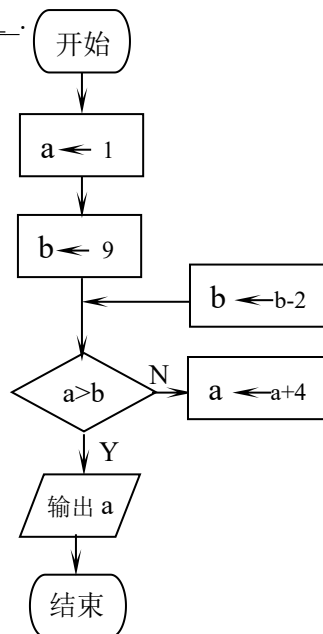
4. 已知一组数据 4.7, 4.8, 5.1, 5.4, 5.5, 则该组数据的方差是 \_\_\_\_\_.

5. 函数  $y = \sqrt{3 - 2x - x^2}$  的定义域是 \_\_\_\_\_.

6. 如图是一个算法的流程图, 则输出的  $a$  的值是 \_\_\_\_\_.



第 10 题



7. 将一颗质地均匀的骰子（一种各个面上分别标有 1, 2, 3, 4, 5, 6 个点的正方体玩具）先后抛掷 2 次, 则出现向上的点数之和小于 10 的概率是 \_\_\_\_\_.

8. 已知  $\{a_n\}$  是等差数列,  $S_n$  是其前  $n$  项和. 若  $a_1 + a_2 = -3$ ,  $S_5 = 10$ , 则  $a_9$  的值是 \_\_\_\_\_.

9. 定义在区间  $[0, 3\pi]$  上的函数  $y = \sin 2x$  的图象与  $y = \cos x$  的图象的交点个数是 \_\_\_\_\_.

10. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $F$  是椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的右焦点, 直线  $y = \frac{b}{2}$  与椭圆交于  $B$ ,  $C$  两点, 且  $\angle BFC = 90^\circ$ , 则该椭圆的离心率是 \_\_\_\_\_.

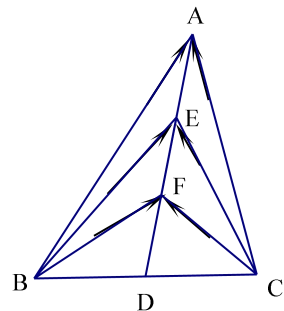
11. 设  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上且周期为 2 的函数, 在区间  $[-1, 1)$  上,  $f(x) = \begin{cases} x+a, & -1 \leq x < 0, \\ \left| \frac{2}{5} - x \right|, & 0 \leq x < 1, \end{cases}$  其中  $a \in \mathbf{R}$ . 若

$$f\left(-\frac{5}{2}\right) = f\left(\frac{9}{2}\right), \text{ 则 } f(5a) \text{ 的值是 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

12. 已知实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} x-2y+4 \geq 0 \\ 2x+y-2 \geq 0 \\ 3x-y-3 \leq 0 \end{cases}$ , 则  $x^2+y^2$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

13. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $D$  是  $BC$  的中点,  $E, F$  是  $AD$  上的两个三等分点,

$$\vec{BA} \cdot \vec{CA} = 4, \vec{BF} \cdot \vec{CF} = -1, \text{ 则 } \vec{BE} \cdot \vec{CE} \text{ 的值是 } \underline{\hspace{2cm}}.$$



14. 在锐角三角形  $ABC$  中, 若  $\sin A = 2\sin B \sin C$ , 则  $\tan A \tan B \tan C$  的最小值是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

**二、解答题 (本大题共 6 小题, 共 90 分)**

15. (本小题满分 14 分) 在  $\triangle ABC$  中,  $AC=6$ ,  $\cos B = \frac{4}{5}$ ,  $C = \frac{\pi}{4}$ .

(1) 求  $AB$  的长;

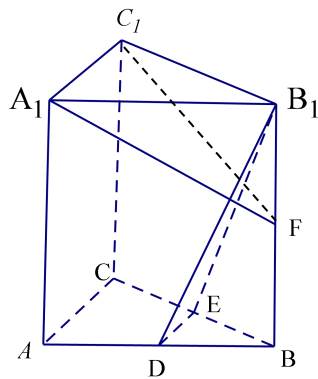
(2) 求  $\cos\left(A - \frac{\pi}{6}\right)$  的值.

16. (本小题满分 14 分) 如图, 在直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $D, E$  分别为  $AB, BC$  的中点, 点  $F$  在侧棱  $B_1B$  上,

$$\text{且 } B_1D \perp A_1F, A_1C_1 \perp A_1B_1.$$

求证: (1) 直线  $DE \parallel$  平面  $A_1C_1F$ ;

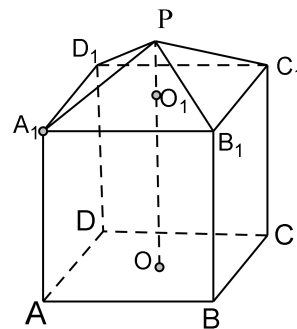
(2) 平面  $B_1DE \perp$  平面  $A_1C_1F$ .



17. (本小题满分 14 分) 现需要设计一个仓库, 它由上下两部分组成, 上部分的形状是正四棱锥  $P-A_1B_1C_1D_1$ , 下部分的形状是正四棱柱  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  (如图所示), 并要求正四棱柱的高  $PO$  是正四棱锥的高  $PO_1$  的四倍.

(1) 若  $AB = 6m, PO_1 = 2m$ , 则仓库的容积是多少?

(2) 若正四棱柱的侧棱长为  $6m$ , 则当  $PO_1$  为多少时, 仓库的容积最大?

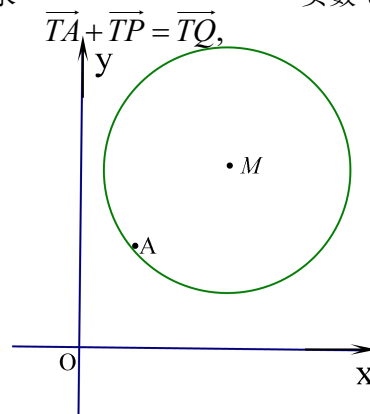


18. (本小题满分 16 分) 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知以  $M$  为圆心的圆  $M: x^2+y^2-12x-14y+60=0$  及其上一点  $A(2, 4)$

(1) 设圆  $N$  与  $x$  轴相切, 与圆  $M$  外切, 且圆心  $N$  在直线  $x=6$  上, 求圆  $N$  的标准方程;

(2) 设平行于  $OA$  的直线  $l$  与圆  $M$  相交于  $B, C$  两点, 且  $BC=OA$ , 求直线  $l$  的方程;

(3) 设点  $T(t, 0)$  满足: 存在圆  $M$  上的两点  $P$  和  $Q$ , 使求实数  $t$  的取值范围。



19. (本小题 16 分) 已知函数  $f(x) = a^x + b^x (a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1)$

(1) 设  $a=2, b=\frac{1}{2}$

①求方程  $f(x)=2$  的根;

②若对任意  $x$ , 不等式  $f(2x) \geq m f(x) - 6$  恒成立, 求实数  $m$  的最大值;

(2) 若  $0 < a < 1, b > 1$ , 函数  $g(x) = f(x) - 2$  有且只有一个零点, 求  $ab$  的值。

20. (本小题满分 16 分) 记  $U = \{1, 2, \dots, 100\}$ . 对数列  $\{a_n\} (n \in \mathbb{N}^*)$  和  $U$  的子集  $T$ , 若  $T = \emptyset$

定义  $S_T = 0$ ; 若  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_k\}$ , 定义  $S_T = \{a_{t_1}, a_{t_2} + \dots + a_{t_k}\}$

例如  $T = \{1, 3, 66\}$  时  $S_T = a_1 + a_3 + a_{66}$ . 现设  $\{a_n\}$  是公比为 3 的等比数列, 且当  $T = \{2, 4\}$  时,

$S_T = 30$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 对任意正整数  $k (1 \leq k \leq 100)$ , 若  $T \subseteq \{1, 2, \dots, k\}$ . 求证:  $S_T < a_{k+1}$

(3) 设  $C \subseteq U, D \subseteq U, S_C \geq S_D$ , 求证:  $S_C + S_{C \cap D} \geq 2S_D$ .

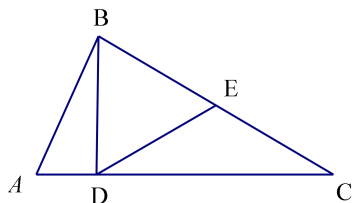
## 数学 II (附加题)

21. 【选做题】本题包括 A、B、C、D 四小题, 请选定其中两小题, 若多做, 则按作答的前两小题评分.

A. 【选修 4—1 几何证明选讲】(本小题满分 10 分)

如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $BD \perp AC$ ,  $D$  为垂足,  $E$  是  $BC$  的中点,

求证:  $\angle EDC = \angle ABD$ .



B. 【选修4—2：矩阵与变换】（本小题满分10分）

已知矩阵  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ , 矩阵  $B$  的逆矩阵  $B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ , 求矩阵  $AB$ .

C. 【选修4—4：坐标系与参数方程】（本小题满分10分）

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 1 + \frac{1}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$  ( $t$  为参数), 椭圆  $C$  的参数方程为

$\begin{cases} x = \cos \theta, \\ y = 2 \sin \theta \end{cases}$  ( $\theta$  为参数). 设直线  $l$  与椭圆  $C$  相交于  $A, B$  两点, 求线段  $AB$  的长.

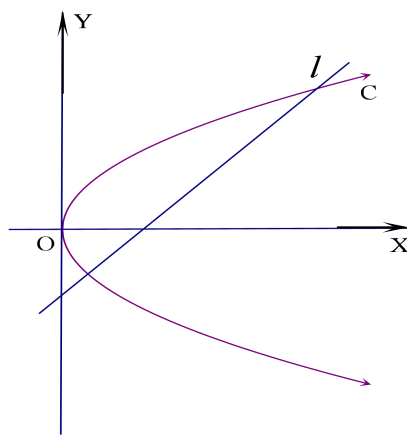
D. 设  $a > 0$ ,  $|x-1| < \frac{a}{3}$ ,  $|y-2| < \frac{a}{3}$ , 求证:  $|2x+y-4| < a$ .

**【必做题】第22题、第23题, 每题10分, 共计20分. 请在答题卡指定区域内作答. 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

22. (本小题满分10分)

如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知直线  $l: x-y-2=0$ , 抛物线  $C: y^2=2px(p>0)$ .

- (1) 若直线  $l$  过抛物线  $C$  的焦点, 求抛物线  $C$  的方程;
- (2) 已知抛物线  $C$  上存在关于直线  $l$  对称的相异两点  $P$  和  $Q$ .
  - ① 求证: 线段  $PQ$  的中点坐标为  $(2-p, -p)$ ;
  - ② 求  $p$  的取值范围.



23. (本小题满分 10 分)

(1) 求  $7C_6^3 - 4C_7^4$  的值;

(2) 设  $m, n \in \mathbf{N}^*$ ,  $n \geq m$ , 求证:

$$(m+1) C_m^m + (m+2) C_{m+1}^m + (m+3) C_{m+2}^m + \cdots + n C_{n-1}^m + (n+1) C_n^m = (m+1) C_{n+2}^{m+2} .$$