2016 年普通高等学校招生全国统一考试

数学（理）（北京卷）

本试卷共 5 页，150 分．考试时长 120 分钟．考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

第一部分（选择题共 40 分）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

（1）已知集合 $A=\{x||x|<2\}$，$B=\{-1，0，1，2，3\}$，则$A\cap B=$

（A）$\{0,1\}$　　　　（B）$\{0，1，2\}$

（C）$\{-1，0，1\}$　　　　（D）$\{-1，0，1，2\}$

（2）若 x,y 满足$\begin{cases}2x-y\ll 0,\\ x+y\ll 3,\\ x\gg 0,\end{cases}$，则 $2x+y$ 的最大值为

（A）0　　　　（B）3

（C）4　　　　（D）5

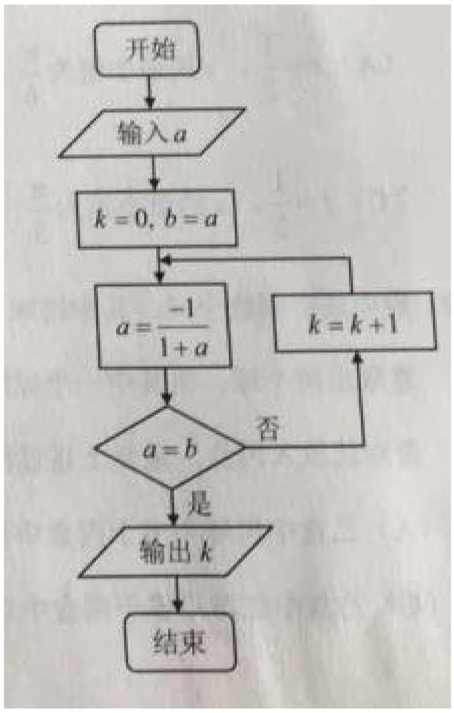
（3）执行如图所示的程序框图，若输入的 a 值为 1，则输出的 k 值为

（A）1

（B）2

（C）3

（D）4



（4）设 a,b 是向量，则“IaI=IbI”是“I$a+b$I=I$a-b$I”的

（A） 充分而不必要条件　　　　*（B）*必要而不充分条件

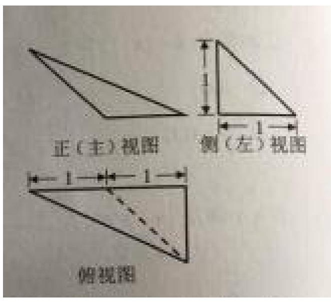
（C） 充分必要条件　　　　*（D）*既不充分也不必要条件

*（5）*已知 $x,y\in R$,且 $x>y>o$，则

（A）$\frac{1}{x}-\frac{1}{y}>0$　　　　*（B）*$\sin x-\sin y>0$

（C）$(\frac{1}{2})^x\ (-\frac{1}{2})^y<0$　　　　*（D）*$\ln x+\ln y>0$

*(6)*某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积为



（A）$\frac{1}{6}$

(B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) 1

(7)将函数$y=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$图像上的点$P\left(\frac{\pi}{4},\ t\right)$向左平移$s$（$s>0$）个单位长度得到点$P'$．

若P'位于函数$y=\sin(2x)$的图像上，则

（A）$t=\frac{1}{2}$，s的最小值为$\frac{\pi}{6}$　　（B）$t=\frac{\sqrt{3}}{2}$，s的最小值为$\frac{\pi}{6}$

（C）$t=\frac{1}{2}$，s的最小值为$\frac{\pi}{3}$　　（D）$t=\frac{\sqrt{3}}{2}$，s的最小值为$\frac{\pi}{3}$

（8）袋中装有偶数个球，其中红球、黑球各占一半.甲、乙、丙是三个空盒.每次从袋中任意取出两个球，将其中一个球放入甲盒，如果这个球是红球，就将另一个球放入乙盒，否则就放入丙盒.重复上述过程，直到袋中所有球都被放入盒中，则

（A）乙盒中黑球不多于丙盒中黑球

（B）乙盒中红球与丙盒中黑球一样多

（C）乙盒中红球不多于丙盒中红球

（D）乙盒中黑球与丙盒中红球一样多

第二部分（非选择题　共110分）

二、填空题共6小题，每小题5分，共30分.

（9）设a∈R，若复数（1+i）（a+i）在复平面内对应的点位于实轴上，则a=_______________。

（10）在$(1-2x)^6$的展开式中，x^2的系数为__________________.（用数字作答）

（11）在极坐标系中，直线$\rho\cos\theta-\sqrt{3}\rho\sin\theta-1=0$与圆$\rho=2\cos\theta$交于A，B两点，

则 $|AB|$=____________________.

（12）已知$\{a_n\}$为等差数列，S_n为其前n项和，学科&网若$a_1=6$，$a_3+a_5=0$，则$S_6=$__________.

（13）双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$的渐近线为正方形OABC的边OA，OC所在的直线，点B

为该双曲线的焦点。若正方形 OABC 的边长为 2，则 a=_______________.

（14）设函数$f(x)=\begin{cases}x^3-3x, & x \ll a,\\ -2x, & x>a。\end{cases}$

①若 a=0，则 f(x)的最大值为____________________；

②若 f(x)无最大值，则实数 a 的取值范围是_________________。

三、解答题（共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程）

（15）（本小题 13 分）

在Δ ABC 中，$a^3+c^3=b^3+\sqrt{2}ac$

（I）求$\angle B$ 的大小

（II）求$\sqrt{2}\cos A+\cos C$ 的最大值

（16）（本小题 13 分）A、B、C 三个班共有 100 名学生，为调查他们的体育锻炼情况，通过分层抽样获得了部分学生一周的锻炼时间，数据如下表（单位：小时）；

A 班	6	6.5	7	7.5	8			
B 班	6	7	8	9	10	11	12	
C 班	3	4.5	6	7.5	9	10.5	12	13.5

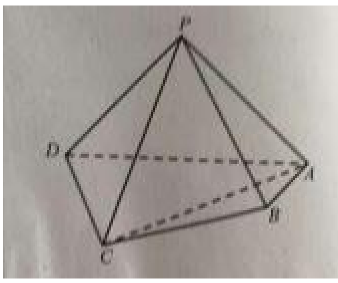
（I） 试估计 C 班的学生人数；

（II） 从 A 班和 C 班抽出的学生中，各随机选取一人，A 班选出的人记为甲，C 班选出的人记为乙，假设所有学生的锻炼时间相对独立，求该周甲的锻炼时间比乙的锻炼时间长的概率；

（III）再从 A、B、C 三个班中各随机抽取一名学生，学.科网他们该周的锻炼时间分别是 7，9，8.25（单位：小时），这 3 个新数据与表格中的数据构成的新样本的平均数记μ_1，表格中数据的平均数记为 μ_0，试判断 μ_0 和μ_1的大小，（结论不要求证明）

（17）（本小题 14 分）

如图，在四棱锥 P-ABCD 中，平面 PAD ⊥ 平面 ABCD，PA⊥PD ,PA=PD,AB⊥AD,AB=1,AD=2,AC=CD=$\sqrt{5}$，



（I）求证：PD⊥平面 PAB;

（II）求直线 PB 与平面 PCD 所成角的正弦值；

（II I）在棱 PA 上是否存在点 M，使得 BMll 平面 PCD?若存在，求$\dfrac{AM}{AP}$ 的值；若不存在，说明理由。

（18）（本小题 13 分）

设函数 f(x)=xe e^{a-x} +bx　　　　曲线 y=f(x)d hko (2,f(2))处的切线方程为 y=(e-1)x+4，

（I）求 a,b 的值；

(I I) 求 f(x)的单调区间。

（19）（本小题 14 分）

已知椭圆 C：$\frac{X^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ （a>b>0）的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，A（a,0）,B(0,b)，O（0，0），△OAB 的面积为 1.

（I）求椭圆 C 的方程；

(I I)设 P 的椭圆 C 上一点，直线 PA 与 Y 轴交于点 M，直线 PB 与 x 轴交于点 N。

求证：lANl• lBMl 为定值。

（20）（本小题 13 分）

设数列 A：a_1 ，a_2 ,⋯ a_N (N≥2)。学.科.网如果对小于 n(2≤n≤N)的每个正整数 k 都有 a_k ＜a_n ，则称 n 是数列 A 的一个“G 时刻”。记“G（A）是数列 A 的所有“G 时刻”组成的集合。

（I）对数列 A：-2，2，-1，1，3，写出 G（A）的所有元素；

(I I)证明：若数列 A 中存在 a_n 使得 $a_n > a_1$，则 G（A）≠ $\varnothing$ ；

(I I I）证明：若数列 A 满足 $a_n - a_{n-1}$ ≤1（n=2,3, ⋯,N）,则 G（A）的元素个数不小于 a_N -a_1。