绝密★启用前

2016年普通高等学校招生全国考试

数学（文）（北京卷）

本试卷共5页，150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本市卷和答题卡一并交回。

第一部分（选择题共40分）

一、选择题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

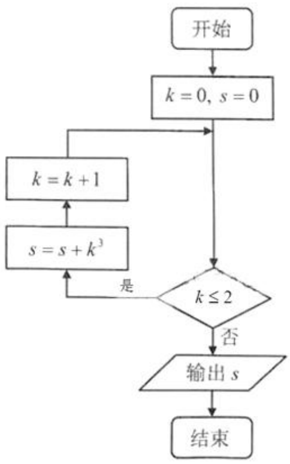
（1）已知集合 $A=\{x\,|\,2<x<4\}, B=\{x\,|\,x<3或x>5\}$，则 $A\cap B=$

（A）$\{x|2<x<5\}$ （B）$\{x|x<4或x>5\}$ （C）$\{x|2<x<3\}$ （D）$\{x|x<2或x>5\}$

（2）复数 $\dfrac{1+2\mathrm{i}}{2-\mathrm{i}}=$

（A）i（B）1+i（C）$-\mathrm{i}$（D）$1-\mathrm{i}$

（3）执行如图所示的程序框图，输出的 s 值为



（A）8

（B）9

（C）27

（D）36

（4）下列函数中，在区间 $(-1,1)$ 上为减函数的是

（A） $y=\dfrac{1}{1-x}$ （B） $y=\cos x$ （C） $y=\ln(x+1)$ （D） $y=2^{-x}$

（5）圆（x+1）^{2}+y^2=2 的圆心到直线 y=x+3 的距离为

（A）1　　（B）2　　（C）$\sqrt{2}$ （D）$2\sqrt{2}$

（6）从甲、乙等 5 名学生中随机选出 2 人，则甲被选中的概率为

（A）$\dfrac{1}{5}$ （B）$\dfrac{2}{5}$ （C）$\dfrac{8}{25}$ （D）$\dfrac{9}{25}$

（7）已知 A（2，5），B（4，1）.若点 P（x，y）在线段 AB 上，则 $2x-y$ 的最大值为

（A）−1　　（B）3　　（C）7　　（D）8

（8）某学校运动会的立定跳远和 30 秒跳绳两个单项比赛分成预赛和决赛两个阶段.下表为 10 名学生的预赛成绩，其中有三个数据模糊.

学生序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
立定跳远（单位：米）	1.96	1.92	1.82	1.80	1.78	1.76	1.74	1.72	1.68	1.60
30 秒跳绳（单位：次）	63	a	75	60	63	72	70	$a-1$	b	65

在这 10 名学生中，进入立定跳远决赛的有 8 人，同时进入立定跳远决赛和 30 秒跳绳决赛的有 6 人，则

（A）2 号学生进入 30 秒跳绳决赛（B）5 号学生进入 30 秒跳绳决赛

（C）8 号学生进入 30 秒跳绳决赛（D）9 号学生进入 30 秒跳绳决赛

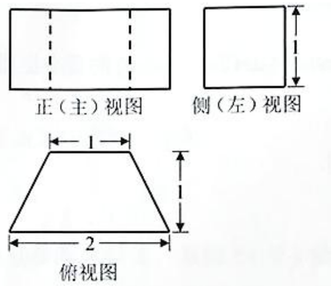
第二部分（非选择题共 110 分）

二、填空题（共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

（9）已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,\sqrt{3}),\boldsymbol{b}=(\sqrt{3},1)$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 夹角的大小为________.

（10）函数 $f(x)=\dfrac{x}{x-1}(x\geq 2)$ 的最大值为________.

（11）某四棱柱的三视图如图所示，则该四棱柱的体积为__________.



(12) 已知双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a$>0，$b$>0）的一条渐近线为 $2x+y=0$，一个焦点为（$\sqrt{5}$,0），则 a=________；

b=______________.

(13)在$\triangle ABC$ 中，$\angle A=\dfrac{2\pi}{3}$，a=$\sqrt{3}$ c，则$\dfrac{b}{c}$=__________.

(14)某网店统计了连续三天售出商品的种类情况：第一天售出 19 种商品，第二天售出 13 种商品，第三天售出 18 种商品；前两天都售出的商品有 3 种，后两天都售出的商品有 4 种，则该网店

①第一天售出但第二天未售出的商品有______种；

②这三天售出的商品最少有_______种.

三、解答题（共 6 题，共 80 分. 解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程）

（15）（本小题 13 分）

已知$\{a_n\}$是等差数列，$\{b_n\}$是等差数列，且 $b_2=3$，$b_3=9$，$a_1=b_1$，$a_{14}=b_4$.

（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）设 $c_n=a_n+b_n$，求数列$\{c_n\}$的前 n 项和.

（16）（本小题 13 分）

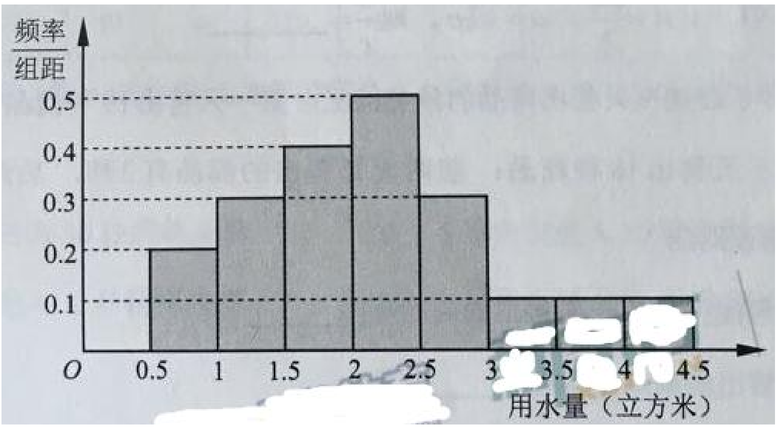
已知函数 f（x）=2sin ωxcosωx+cos 2ωx（ω>0）的最小正周期为π.

（Ⅰ）求ω的值；

（Ⅱ）求 f（x）的单调递增区间.

（17）（本小题 13 分）

某市民用水拟实行阶梯水价，每人用水量中不超过 w 立方米的部分按 4 元/立方米收费，超出 w 立方米的部分按 10 元/立方米收费，从该市随机调查了 10000 位居民，获得了他们某月的用水量数据，整理得到如下频率分布直方图：



（I）如果 w 为整数，那么根据此次调查，为使 80%以上居民在该月的用水价格为 4 元/立方米，w 至少定为多少？

（II）假设同组中的每个数据用该组区间的右端点值代替，当 w=3 时，估计该市居民该月的人均水费.

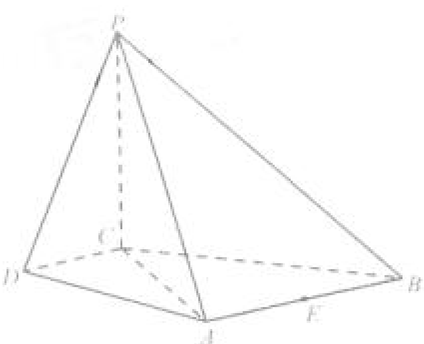
（18）（本小题 14 分）

如图，在四棱锥 P-ABCD 中，PC⊥平面 ABCD，$AB /\!/ DC, DC \perp AC$

（I）求证：$DC \perp$平面PAC

（II）求证：平面$PAB \perp$平面PAC；

(III)设点 E 为 AB 的中点，在棱 PB 上是否存在点 F，使得 $PA \perp$平面CEF?说明理由.



（19）（本小题 14 分）

已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$过点 A（2, 0），B（0, 1）两点.

（I）求椭圆 C 的方程及离心率；

（II）设 P 为第三象限内一点且在椭圆 C 上，直线 PA 与 y 轴交于点 M，直线 PB 与 x 轴交于点 N，求证：四边形 ABNM 的面积为定值.

（20）（本小题 13 分）

设函数 $f\left(x\right)=x^3+ax^2+bx+c.$

（I）求曲线 $y=f\left(x\right).$在点$\left(0, f\left(0\right)\right)$处的切线方程；

（II）设 $a=b=4$，若函数 $f\left(x\right)$有三个不同零点，求 c 的取值范围

（III）求证：$a^2-3b>0$ 是 $f\left(x\right).$有三个不同零点的必要而不充分条件.