2019年普通高等学校招生全国统一考试（浙江卷）

数　学

本试题卷分选择题和非选择题两部分。全卷共 4 页，选择题部分 1 至 2 页；非选择题部分 3 至 4 页。满分 150 分。考试用时 120 分钟。

考生注意：

1．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔分别填在试题卷和答题纸规定的位置上。

2．答题时，请按照答题纸上“注意事项”的要求，在答题纸相应的位置上规范作答，在本试题卷上的作答一律无效。

参考公式：

若事件 A，B 互斥，则 $P(A+B)=P(A)+P(B)$

若事件 A，B 相互独立，则 $P(AB)=P(A)P(B)$

若事件 A 在一次试验中发生的概率是 p，则 n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率 $P_n(k)=\mathrm{C}_n^k p^k(1-p)^{n-k}(k=0,1,2,\cdots,n)$

台体的体积公式 $V=\frac{1}{3}(S_1+\sqrt{S_1S_2}+S_2)h$

其中 S_1,S_2 分别表示台体的上、下底面积，h 表示台体的高

柱体的体积公式 $V=Sh$

其中 S 表示柱体的底面积，h 表示柱体的高

锥体的体积公式 $V=\frac{1}{3}Sh$

其中 S 表示锥体的底面积，h 表示锥体的高

球的表面积公式

$S=4\pi R^2$

球的体积公式

$V=\frac{4}{3}\pi R^3$

其中 R 表示球的半径

选择题部分（共 40 分）

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知全集 $U=\{-1,0,1,2,3\}$，集合 $A=\{0,1,2\}$，$B=\{-1,0,1\}$，则 $\complement_U A\cap B=$

A．$\{-1\}$　　　　B．$\{0,1\}$

C．$\{-1,2,3\}$　　　　D．$\{-1,0,1,3\}$

2．渐近线方程为 $x\pm y=0$ 的双曲线的离心率是

A．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　　　B．1

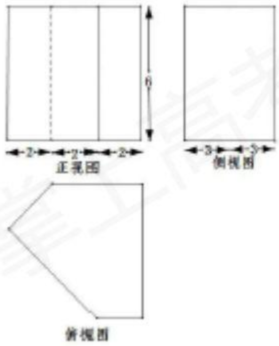
C．$\sqrt{2}$　　　　D．2

3．若实数 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} x-3y+4\geq 0 \\ 3x-y-4\leq 0 \\ x+y\geq 0 \end{cases}$，则 $z=3x+2y$ 的最大值是

A．-1　　　　B．1

C．10　　　　D．12

4．祖暅是我国南北朝时代的伟大科学家.他提出的“幂势既同，则积不容易”称为祖暅原理，利用该原理可以得到柱体体积公式 $V_{柱体}=Sh$，其中 S 是柱体的底面积，h 是柱体的高.若某柱体的三视图如图所示，则该柱体的体积是



A．158　　　　B．162

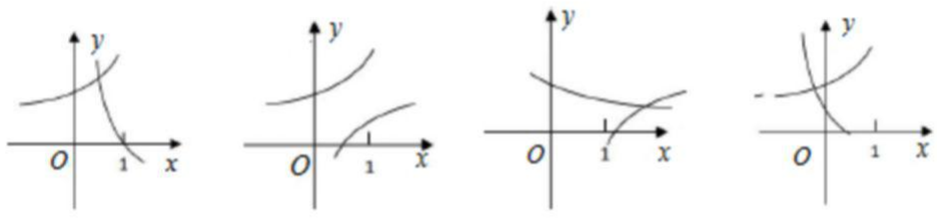
C．182　　　　D．32

5．若 $a>0$，$b>0$，则“$a+b\leqslant 4$”是 “$ab\leqslant 4$”的

A．充分不必要条件　　　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　　　D．既不充分也不必要条件

6．在同一直角坐标系中，函数 $y=\frac{1}{a^x}$，$y=\log_a(x+\frac{1}{2})$，($a>0$ 且 $a\neq 0$)的图像可能是



A　　　　B　　　　C　　　　D

7．设 0＜a＜1，则随机变量 X 的分布列是

X	0	a	1
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

则当 a 在（0,1）内增大时

A．D（X）增大　　B．D（X）减小

C．D（X）先增大后减小　　D．D（X）先减小后增大

8．设三棱锥 V-ABC 的底面是正三角形，侧棱长均相等，P 是棱 VA 上的点（不含端点），记直线 PB 与直线 AC 所成角为α，直线 PB 与平面 ABC 所成角为β，二面角 P-AC-B 的平面角为γ，则

A．$\beta<\gamma$，$\alpha<\gamma$　　B．$\beta<\alpha$，$\beta<\gamma$

C．$\beta<\alpha$，$\gamma<\alpha$　　D．$\alpha<\beta$，$\gamma<\beta$

9．已知 $a,b\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)=\begin{cases}x, x<0\\ \frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}(a+1)x^2+ax, x\geq 0\end{cases}$，若函数 $y=f(x)-ax-b$ 恰有三个零点，则

A．$a<-1$，$b<0$　　B．$a<-1$，$b>0$

C．$a>-1$，$b>0$　　D．$a>-1$，$b<0$

10．设 a，$b\in\mathbf{R}$，数列$\{a_n\}$中 $a_n=a$，$a_{n+1}=a_n^2+b$，$b\in\mathbf{N}^*$,则

A．当 $b=\frac{1}{2}$，$a_{10}>10$　　B．当 $b=\frac{1}{4}$，$a_{10}>10$

C．当 $b=-2$，$a_{10}>10$　　D．当 $b=-4$，$a_{10}>10$

非选择题部分（共 110 分）

二、填空题：本大题共 7 小题，多空题每题 6 分，单空题每题 4 分，共 36 分。

11．复数 $z=\dfrac{1}{1+\mathrm{i}}$（i为虚数单位），则$|z|=$__________.

12．已知圆 C 的圆心坐标是 $(0,m)$，半径长是 r .若直线 $2x-y+3=0$ 与圆相切于点 $A(-2,-1)$，则 $m=$_____，$r=$______.

13．在二项式 $(\sqrt{2}+x)^9$ 的展开式中，常数项是________，系数为有理数的项的个数是________.

14. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=90°$，$AB=4$，$BC=3$，点 D 在线段 AC 上，若 $\angle BDC=45°$，则 $BD=$____，$\cos\angle ABD=$________.

15. 已知椭圆 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$ 的左焦点为 F，点 P 在椭圆上且在 x 轴的上方，若线段 PF 的中点在以原点 O 为圆心，$|OF|$ 为半径的圆上，则直线 PF 的斜率是_______.

16. 已知 $a\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)=ax^3-x$，若存在 $t\in\mathbf{R}$，使得 $|f(t+2)-f(t)|\le\frac{2}{3}$，则实数 a 的最大值是____.

17．已知正方形 $ABCD$ 的边长为 1，当每个 $\lambda_i(i=1,2,3,4,5,6)$ 取遍 ±1 时，$|\lambda_1\overrightarrow{AB}+\lambda_2\overrightarrow{BC}+\lambda_3\overrightarrow{CD}+\lambda_4\overrightarrow{DA}+\lambda_5\overrightarrow{AC}+\lambda_6\overrightarrow{BD}|$ 的最小值是________，最大值是________.

三、解答题：本大题共 5 小题，共 74 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

18.（本小题满分 14 分）设函数 $f(x)=\sin x, x\in\mathbf{R}$.

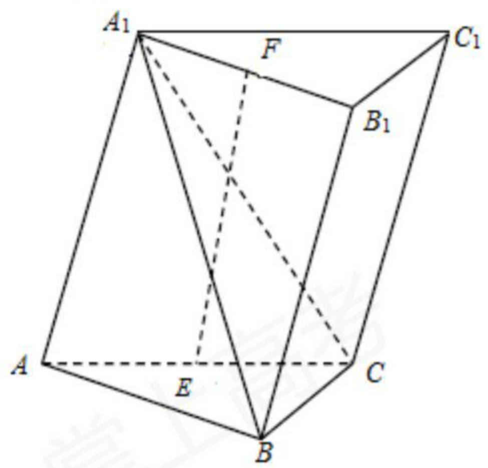
（1）已知 $\theta\in[0,2\pi)$, 函数 $f(x+\theta)$ 是偶函数，求 θ 的值；

（2）求函数 $y=[f(x+\frac{\pi}{12})]^2+[f(x+\frac{\pi}{4})]^2$ 的值域.

19.（本小题满分 15 分）如图，已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$，平面 $A_1ACC_1C\perp$ 平面 ABC, $\angle ABC=90°$，$\angle BAC=30°, A_1A=A_1C=AC, E, F$ 分别是 AC，A_1B_1 的中点.

（1）证明：$EF\perp BC$；

（2）求直线 EF 与平面 A_1BC 所成角的余弦值.



20.（本小题满分 15 分）设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，$a_3=4$，$a_4=S_3$，数列$\{b_n\}$满足：对每个$n\in\mathbf{N}^*,S_n+b_n,S_{n+1}+b_n,S_{n+2}+b_n$成等比数列.

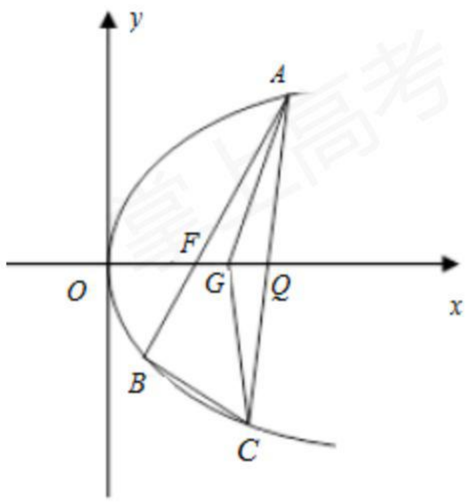
（1）求数列$\{a_n\},\{b_n\}$的通项公式；

（2）记$C_n=\sqrt{\dfrac{a_n}{2b_n}},n\in\mathbf{N}^*$，证明：$C_1+C_2+\cdots+C_n<2\sqrt{n},n\in\mathbf{N}^*$.

21.（本小题满分 15 分）如图，已知点$F(1,0)$为抛物线$y^2=2px(p>0)$，点F为焦点，过点F的直线交抛物线于A、B两点，点C在抛物线上，使得$\triangle ABC$的重心G在x轴上，直线AC交x轴于点Q，且Q在点F右侧.记$\triangle AFG,\triangle CQG$的面积为$S_1,S_2$.

（1）求p的值及抛物线的标准方程；

（2）求$\dfrac{S_1}{S_2}$的最小值及此时点G的坐标.



22.（本小题满分 15 分）

已知实数 $a \neq 0$，设函数 $f(x)=a\ln x+\sqrt{x+1}, x>0$.

（1）当 $a=-\dfrac{3}{4}$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（2）对任意 $x \in [\dfrac{1}{\mathrm{e}^2},+\infty)$ 均有 $f(x) \leq \dfrac{\sqrt{x}}{2a}$，求 a 的取值范围.

注：e=2.71828…为自然对数的底数.