

绝密★启用前

2019年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

数 学（文史类）

本试卷分为第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共150分，考试用时120分钟。第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至5页。

答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并在规定位置粘贴考试用条形码。答卷时，考生务必将答案涂写在答题卡上，答在试卷上的无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利!

第Ⅰ卷

注意事项：

1. 每小题选出答案后，用铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。
2. 本卷共8小题，每小题5分，共40分。

参考公式：

- 如果事件 A ， B 互斥，那么 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ 。
- 圆柱的体积公式 $V = Sh$ ，其中 S 表示圆柱的底面面积， h 表示圆柱的高。
- 棱锥的体积公式 $V = \frac{1}{3}Sh$ ，其中 S 表示棱锥的底面面积， h 表示棱锥的高。

一. 选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- (1) 设集合 $A = \{-1, 1, 2, 3, 5\}$ ， $B = \{2, 3, 4\}$ ， $C = \{x \in \mathbf{R} | 1 \leq x < 3\}$ ，则 $(A \cap C) \cup B =$
(A) $\{2\}$ (B) $\{2, 3\}$ (C) $\{-1, 2, 3\}$ (D) $\{1, 2, 3, 4\}$

- (2) 设变量 x ， y 满足约束条件 $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0, \\ x - y + 2 \geq 0, \\ x \geq -1, \\ y \geq -1, \end{cases}$ 则目标函数 $z = -4x + y$ 的最大值为
(A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 6

(3) 设 $x \in \mathbf{R}$, 则 “ $0 < x < 5$ ” 是 “ $|x-1| < 1$ ” 的

- (A) 充分而不必要条件
 (B) 必要而不充分条件
 (C) 充要条件
 (D) 既不充分也不必要条件

(4) 阅读右边的程序框图, 运行相应的程序, 输出 S 的值为

- (A) 5 (B) 8
 (C) 24 (D) 29

(5) 已知 $a = \log_2 7$, $b = \log_3 8$, $c = 0.3^{0.2}$, 则 a , b , c 的大小关系为

- (A) $c < b < a$ (B) $a < b < c$
 (C) $b < c < a$ (D) $c < a < b$

(6) 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 准线为 l . 若 l 与双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的两条渐近线分别交于点 A 和点 B , 且 $|AB| = 4|OF|$ (O 为原点), 则双曲线的离心率为

- (A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) 2 (D) $\sqrt{5}$

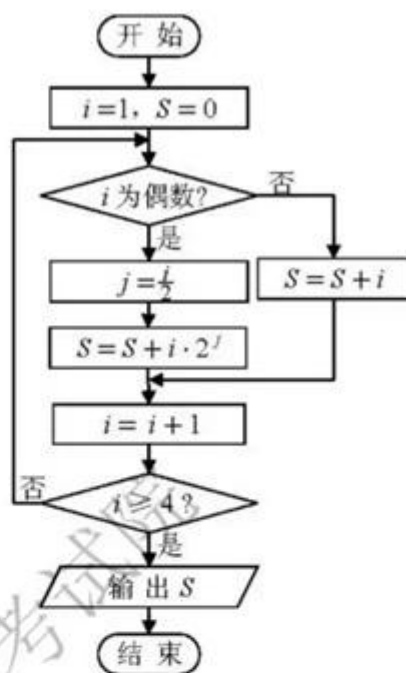
(7) 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \pi$) 是奇函数, 且 $f(x)$ 的最小正周期为 π , 将 $y = f(x)$ 的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍 (纵坐标不变),

所得图象对应的函数为 $g(x)$. 若 $g\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$, 则 $f\left(\frac{3\pi}{8}\right) =$

- (A) -2 (B) $-\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) 2

(8) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x}, & 0 \leq x \leq 1, \\ \frac{1}{x}, & x > 1. \end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x) = -\frac{1}{4}x + a$ ($a \in \mathbf{R}$) 恰有两个互异的实数解, 则 a 的取值范围为

- (A) $\left[\frac{5}{4}, \frac{9}{4}\right]$ (B) $\left(\frac{5}{4}, \frac{9}{4}\right)$ (C) $\left(\frac{5}{4}, \frac{9}{4}\right) \cup \{1\}$ (D) $\left[\frac{5}{4}, \frac{9}{4}\right] \cup \{1\}$



第 (4) 题图

绝密★启用前

2019年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

数 学（文史类）

第Ⅱ卷

注意事项：

1. 用黑色墨水的钢笔或签字笔将答案写在答题卡上。
2. 本卷共12小题，共110分。

二. 填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分.

(9) i 是虚数单位，则 $\left| \frac{5-i}{1+i} \right|$ 的值为_____.

(10) 设 $x \in \mathbf{R}$ ，使不等式 $3x^2 + x - 2 < 0$ 成立的 x 的取值范围为_____.

(11) 曲线 $y = \cos x - \frac{x}{2}$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线方程为_____.

(12) 已知四棱锥的底面是边长为 $\sqrt{2}$ 的正方形，侧棱长均为 $\sqrt{5}$. 若圆柱的一个底面的圆周经过四棱锥四条侧棱的中点，另一个底面的圆心为四棱锥底面的中心，则该圆柱的体积为_____.

(13) 设 $x > 0$ ， $y > 0$ ， $x + 2y = 4$ ，则 $\frac{(x+1)(2y+1)}{xy}$ 的最小值为_____.

(14) 在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = 2\sqrt{3}$ ， $AD = 5$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，点 E 在线段 CB 的延长线上，且 $AE = BE$ ，则 $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AE} =$ _____.

三. 解答题：本大题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

(15) (本小题满分 13 分)

2019 年，我国施行个人所得税专项附加扣除办法，涉及子女教育、继续教育、大病医疗、住房贷款利息或者住房租金、赡养老人等六项专项附加扣除。某单位老、中、青员工分别有 72，108，120 人，现采用分层抽样的方法，从该单位上述员工中抽取 25 人调查专项附加扣除的享受情况。

(I) 应从老、中、青员工中分别抽取多少人？

(II) 抽取的 25 人中，享受至少两项专项附加扣除的员工有 6 人，分别记为 A, B, C, D, E, F 。享受情况如右表，其中“○”表示享受，“×”表示不享受。现从这 6 人中随机抽取 2 人接受采访。

项目 \ 员工	A	B	C	D	E	F
子女教育	○	○	×	○	×	○
继续教育	×	×	○	×	○	○
大病医疗	×	×	×	○	×	×
住房贷款利息	○	○	×	×	○	○
住房租金	×	×	○	×	×	×
赡养老人	○	○	×	×	×	○

(i) 试用所给字母列举出所有可能的抽取结果；

(ii) 设 M 为事件“抽取的 2 人享受的专项附加扣除至少有一项相同”，求事件 M 发生的概率。

(16) (本小题满分 13 分)

在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c 。已知 $b+c=2a$ ， $3c\sin B=4a\sin C$ 。

(I) 求 $\cos B$ 的值；

(II) 求 $\sin\left(2B+\frac{\pi}{6}\right)$ 的值。

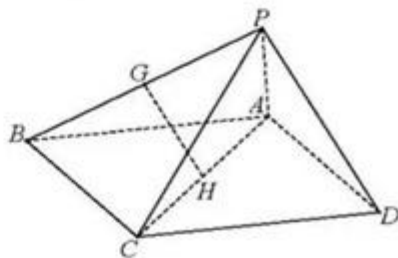
(17) (本小题满分 13 分)

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为平行四边形， $\triangle PCD$ 为等边三角形，平面 $PAC \perp$ 平面 PCD ， $PA \perp CD$ ， $CD=2$ ， $AD=3$ 。

(I) 设 G, H 分别为 PB, AC 的中点，求证： $GH \parallel$ 平面 PAD ；

(II) 求证： $PA \perp$ 平面 PCD ；

(III) 求直线 AD 与平面 PAC 所成角的正弦值。



(18) (本小题满分 13 分)

设 $\{a_n\}$ 是等差数列, $\{b_n\}$ 是等比数列, 公比大于 0. 已知 $a_1 = b_1 = 3$, $b_2 = a_3$,
 $b_3 = 4a_2 + 3$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II) 设数列 $\{c_n\}$ 满足 $c_n = \begin{cases} 1, & n \text{ 为奇数,} \\ \frac{b_n}{2}, & n \text{ 为偶数.} \end{cases}$ 求 $a_1c_1 + a_2c_2 + \cdots + a_{2n}c_{2n}$ ($n \in \mathbf{N}^*$).

(19) (本小题满分 14 分)

设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左焦点为 F , 左顶点为 A , 上顶点为 B . 已知
 $\sqrt{3}|OA| = 2|OB|$ (O 为原点).

(I) 求椭圆的离心率;

(II) 设经过点 F 且斜率为 $\frac{3}{4}$ 的直线 l 与椭圆在 x 轴上方的交点为 P , 圆 C 同时与 x
轴和直线 l 相切, 圆心 C 在直线 $x = 4$ 上, 且 $OC \parallel AP$. 求椭圆的方程.

(20) (本小题满分 14 分)

设函数 $f(x) = \ln x - a(x-1)e^x$, 其中 $a \in \mathbf{R}$.

(I) 若 $a \leq 0$, 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(II) 若 $0 < a < \frac{1}{e}$,

(i) 证明 $f(x)$ 恰有两个零点;

(ii) 设 x_0 为 $f(x)$ 的极值点, x_1 为 $f(x)$ 的零点, 且 $x_1 > x_0$, 证明 $3x_0 - x_1 > 2$.