

2018年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学 (全国卷III)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名和准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共12小题, 每小题5分, 共60分。在每小题给的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

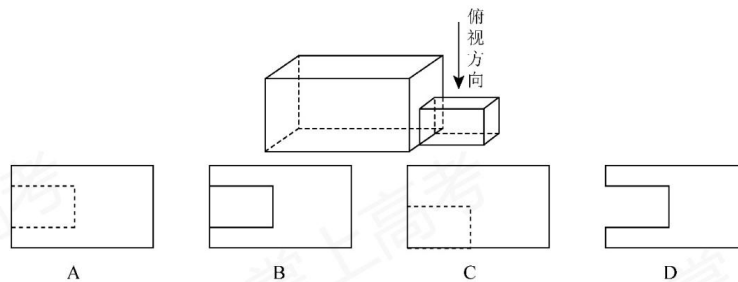
1. 已知集合 $A = \{x | x - 1 \geq 0\}$, $B = \{0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{0\}$ B. $\{1\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

2. $(1+i)(2-i) =$

- A. $-3-i$ B. $-3+i$ C. $3-i$ D. $3+i$

3. 中国古建筑借助榫卯将木构件连接起来, 构件的凸出部分叫榫头, 凹进部分叫卯眼, 图中木构件右边的小长方体是榫头。若如图摆放的木构件与某一带卯眼的木构件咬合成长方体, 则咬合时带卯眼的木构件的俯视图可以是

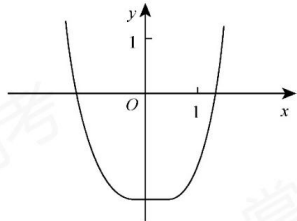


4. 若 $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, 则 $\cos 2\alpha =$

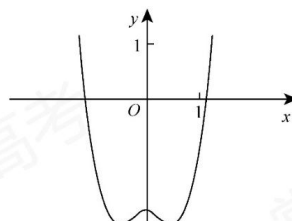
- A. $\frac{8}{9}$ B. $\frac{7}{9}$ C. $-\frac{7}{9}$ D. $-\frac{8}{9}$

5. 若某群体中的成员只用现金支付的概率为 0.45, 既用现金支付也用非现金支付的概率为 0.15, 则不用现金支付的概率为

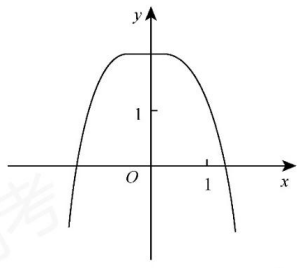
- A. 0.3 B. 0.4 C. 0.6 D. 0.7
6. 函数 $f(x) = \frac{\tan x}{1 + \tan^2 x}$ 的最小正周期为
- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. 2π
7. 下列函数中, 其图像与函数 $y = \ln x$ 的图像关于直线 $x = 1$ 对称的是
- A. $y = \ln(1-x)$ B. $y = \ln(2-x)$ C. $y = \ln(1+x)$ D. $y = \ln(2+x)$
8. 直线 $x + y + 2 = 0$ 分别与 x 轴, y 轴交于 A, B 两点, 点 P 在圆 $(x-2)^2 + y^2 = 2$ 上, 则 $\triangle ABP$ 面积的取值范围是
- A. $[2, 6]$ B. $[4, 8]$ C. $[\sqrt{2}, 3\sqrt{2}]$ D. $[2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}]$
9. 函数 $y = -x^4 + x^2 + 2$ 的图像大致为



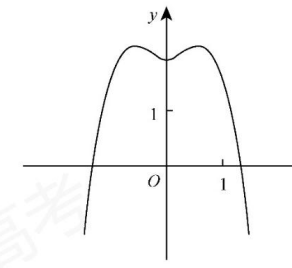
A



B



C



D

10. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\sqrt{2}$, 则点 $(4, 0)$ 到 C 的渐近线的距离为
- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ D. $2\sqrt{2}$

11. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{a^2 + b^2 - c^2}{4}$,

则 $C =$

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$

12. 设 A, B, C, D 是同一个半径为4的球的球面上四点, $\triangle ABC$ 为等边三角形且其面积为 $9\sqrt{3}$, 则三棱锥 $D-ABC$ 体积的最大值为

- A. $12\sqrt{3}$ B. $18\sqrt{3}$ C. $24\sqrt{3}$ D. $54\sqrt{3}$

二、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分。

13. 已知向量 $\mathbf{a} = (1, 2)$, $\mathbf{b} = (2, -2)$, $\mathbf{c} = (1, \lambda)$. 若 $\mathbf{c} \parallel (2\mathbf{a} + \mathbf{b})$, 则 $\lambda =$ _____.

14. 某公司有大量客户, 且不同年龄段客户对其服务的评价有较大差异. 为了解客户的评价, 该公司准备进行抽样调查, 可供选择的抽样方法有简单随机抽样、分层抽样和系统抽样, 则最合适的抽样方法是_____.

15. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x + y + 3 \geq 0, \\ x - 2y + 4 \geq 0, \\ x - 2 \leq 0. \end{cases}$ 则 $z = x + \frac{1}{3}y$ 的最大值是_____.

16. 已知函数 $f(x) = \ln(\sqrt{1+x^2} - x) + 1$, $f(a) = 4$, 则 $f(-a) =$ _____.

三、解答题: 共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第17~21题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第22、23题为选考题, 考生根据要求作答. (一) 必考题: 共60分.

17. (12分)

等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $a_5 = 4a_3$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 记 S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $S_m = 63$, 求 m .

18. (12分)

某工厂为提高生产效率, 开展技术创新活动, 提出了完成某项生产任务的两种新的生产方式. 为比较两种生产方式的效率, 选取40名工人, 将他们随机分成两组, 每组20人, 第一组工人用第一种生产方式, 第二组工人用第二种生产方式. 根据工人完成生产

任务的工作时间（单位：min）绘制了如下茎叶图：

第一种生产方式		第二种生产方式
	8	5 5 6 8 9
9 7 6 2	7	0 1 2 2 3 4 5 6 6 8
9 8 7 7 6 5 4 3 3 2	8	1 4 4 5
2 1 1 0 0	9	0

(1) 根据茎叶图判断哪种生产方式的效率更高？并说明理由；

(2) 求 40 名工人完成生产任务所需时间的中位数 m ，并将完成生产任务所需时间超过 m 和不超过 m 的工人数填入下面的列联表：

	超过 m	不超过 m
第一种生产方式		
第二种生产方式		

(3) 根据 (2) 中的列联表，能否有 99% 的把握认为两种生产方式的效率有差异？

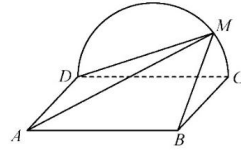
$$\text{附： } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, \quad \frac{P(K^2 \geq k)}{k} \begin{matrix} 0.050 & 0.010 & 0.001 \\ 3.841 & 6.635 & 10.828 \end{matrix}$$

19. (12分)

如图，矩形 $ABCD$ 所在平面与半圆弧 \widehat{CD} 所在平面垂直， M 是 \widehat{CD} 上异于 C, D 的点。

(1) 证明：平面 $AMD \perp$ 平面 BMC ；

(2) 在线段 AM 上是否存在点 P ，使得 $MC \parallel$ 平面 PBD ？说明理由。



20. (12分)

已知斜率为 k 的直线 l 与椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 交于 A, B 两点。线段 AB 的中点为

$M(1, m) (m > 0)$ 。

(1) 证明： $k < -\frac{1}{2}$ ；

(2) 设 F 为 C 的右焦点， P 为 C 上一点，且 $\overrightarrow{FP} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} = \mathbf{0}$ 。证明：

$$2|\overline{FP}| = |\overline{FA}| + |\overline{FB}|.$$

21. (12分)

$$\text{已知函数 } f(x) = \frac{ax^2 + x - 1}{e^x}.$$

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, -1)$ 处的切线方程;

(2) 证明: 当 $a \geq 1$ 时, $f(x) + e \geq 0$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程] (10分)

在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的参数方程为 $\begin{cases} x = \cos \theta, \\ y = \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数), 过点 $(0, -\sqrt{2})$

且倾斜角为 α 的直线 l 与 $\odot O$ 交于 A, B 两点.

(1) 求 α 的取值范围;

(2) 求 AB 中点 P 的轨迹的参数方程.

23. [选修 4—5: 不等式选讲] (10分)

设函数 $f(x) = 2|x+1| + |x-1|$.

(1) 画出 $y = f(x)$ 的图像;

(2) 当 $x \in [0, +\infty)$, $f(x) \leq ax + b$, 求 $a + b$ 的最小值.

