2018年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学（全国卷Ⅱ）

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 作答时，务必将答案写在答题卡上。写在本试卷及草稿纸上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

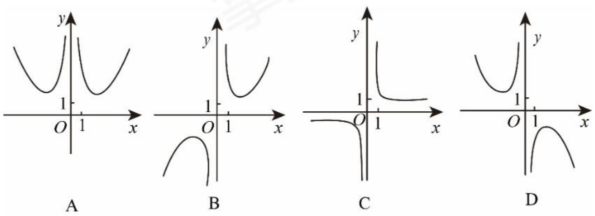
1. $\dfrac{1+2\mathrm{i}}{1-2\mathrm{i}}=$

A．$-\frac{4}{5}-\frac{3}{5}\mathrm{i}$　　B．$-\frac{4}{5}+\frac{3}{5}\mathrm{i}$　　C．$-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}\mathrm{i}$　　D．$-\frac{3}{5}+\frac{4}{5}\mathrm{i}$

2. 已知集合 $A=\left\{(x,\ y)\middle|x^2+y^2\leqslant 3,\ x\in\mathbf{Z},\ y\in\mathbf{Z}\right\}$，则 A 中元素的个数为

A．9　　B．8　　C．5　　D．4

3. 函数 $f(x)=\dfrac{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}}{x^2}$ 的图像大致为



4. 已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=1$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-1$，则 $\boldsymbol{a}\cdot(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=$

A．4　　B．3　　C．2　　D．0

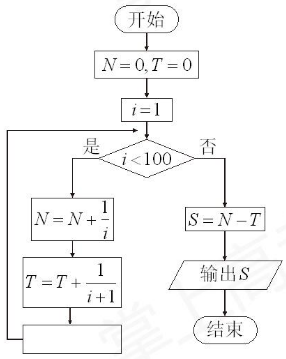
5. 双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>0,b>0)$ 的离心率为 $\sqrt{3}$，则其渐近线方程为

A．$y=\pm\sqrt{2}x$　　B．$y=\pm\sqrt{3}x$　　C．$y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$　　D．$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$

6. 在 $\triangle ABC$ 中，$\cos\dfrac{C}{2}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，$BC=1$，$AC=5$，则 $AB=$

A．$4\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{30}$　　C．$\sqrt{29}$　　D．$2\sqrt{5}$

7．为计算 $S=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{99}-\frac{1}{100}$，设计了右侧的程序框图，则在空白框中应填入



A． $i=i+1$

B． $i=i+2$

C． $i=i+3$

D． $i=i+4$

8．我国数学家陈景润在哥德巴赫猜想的研究中取得了世界领先的成果．哥德巴赫猜想是“每个大于 2 的偶数可以表示为两个素数的和”，如 $30=7+23$．在不超过 30 的素数中，随机选取两个不同的数，其和等于 30 的概率是

A． $\frac{1}{12}$　　B． $\frac{1}{14}$　　C． $\frac{1}{15}$　　D． $\frac{1}{18}$

9．在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=BC=1$，$AA_1=\sqrt{3}$，则异面直线 AD_1 与 DB_1 所成角的余弦值为

A． $\frac{1}{5}$　　B． $\frac{\sqrt{5}}{6}$　　C． $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D． $\frac{\sqrt{2}}{2}$

10．若 $f(x)=\cos x-\sin x$ 在 $[-a,a]$ 是减函数，则 a 的最大值是

A． $\frac{\pi}{4}$　　B． $\frac{\pi}{2}$　　C． $\frac{3\pi}{4}$　　D． π

11．已知 $f(x)$ 是定义域为 $(-\infty,+\infty)$ 的奇函数，满足 $f(1-x)=f(1+x)$．若 $f(1)=2$，则 $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(50)=$

A． -50　　B． 0　　C． 2　　D． 50

12．已知 F_1，F_2 是椭圆 C: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$ 的左、右焦点，A 是 C 的左顶点，点 P 在过 A 且斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{6}$ 的直线上，$\triangle PF_1F_2$ 为等腰三角形，$\angle F_1F_2P=120^\circ$，则 C 的离心率为

A． $\frac{2}{3}$　　B． $\frac{1}{2}$　　C． $\frac{1}{3}$　　D． $\frac{1}{4}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．曲线 $y=2\ln(x+1)$ 在点 $(0,0)$ 处的切线方程为__________．

14．若x, y满足约束条件$\begin{cases} x+2y-5\geq 0, \\ x-2y+3\geq 0, \\ x-5\leq 0, \end{cases}$ 则$z=x+y$的最大值为__________.

15．已知$\sin\alpha+\cos\beta=1$，$\cos\alpha+\sin\beta=0$，则$\sin(\alpha+\beta)=$__________.

16．已知圆锥的顶点为S，母线SA，SB所成角的余弦值为$\frac{7}{8}$，SA与圆锥底面所成角为45°，

若$\triangle SAB$的面积为$5\sqrt{15}$，则该圆锥的侧面积为__________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分。

17．（12 分）

记S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和，已知$a_1=-7$，$S_3=-15$．

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）求S_n，并求S_n的最小值．

18．（12 分）

下图是某地区 2000 年至 2016 年环境基础设施投资额y（单位：亿元）的折线图．

为了预测该地区 2018 年的环境基础设施投资额，建立了y与时间变量t的两个线性回归模型．根据 2000 年至 2016 年的数据（时间变量t的值依次为$1, 2, \cdots, 17$）建立模型①：$\hat{y}=-30.4+13.5t$；根据 2010 年至 2016 年的数据（时间变量t的值依次为$1, 2, \cdots, 7$）建立模型②：$\hat{y}=99+17.5t$．

（1）分别利用这两个模型，求该地区 2018 年的环境基础设施投资额的预测值；

（2）你认为用哪个模型得到的预测值更可靠？并说明理由．

19．（12 分）

设抛物线C：$y^2=4x$ 的焦点为F，过F 且斜率为$k(k>0)$的直线l与C 交于A，B 两点，$|AB|=8$．

（1）求l的方程

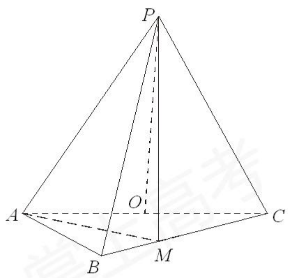
（2）求过点A，B 且与C 的准线相切的圆的方程．

20．（12 分）

如图，在三棱锥$P-ABC$中，$AB=BC=2\sqrt{2}$，$PA=PB=PC=AC=4$，O为AC的中点．

（1）证明：$PO\perp$平面ABC；

（2）若点M在棱BC上，且二面角$M-PA-C$为$30°$，求PC与平面PAM所成角的正弦值．



21．（12 分）

已知函数$f(x)=e^x-ax^2$．

（1）若$a=1$，证明：当$x\geq 0$时，$f(x)\geq 1$；

（2）若$f(x)$在$(0,+\infty)$只有一个零点，求a．

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分．

22．[选修 4－4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=2\cos\theta,\\ y=4\sin\theta\end{cases}$（$\theta$为参数），直线$l$的参数方程为

$\begin{cases}x=1+t\cos\alpha,\\ y=2+t\sin\alpha\end{cases}$（$t$为参数）．

（1）求C 和l的直角坐标方程;

（2）若曲线C 截直线l所得线段的中点坐标为$(1,2)$，求l的斜率．

23．[选修 4－5：不等式选讲]（10 分）

设函数 $f(x)=5-|x+a|-|x-2|$.

（1）当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x)\geq 0$ 的解集；

（2）若 $f(x)\leq 1$ ，求 a 的取值范围.