2019年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学·参考答案

1．C　　2．D　　3．A　　4．B　　5．A　　6．D

7．B　　8．A　　9．D　　10．C　　11．B　　12．A

13．9　　14．0.98　　15．$\dfrac{3\pi}{4}$　　16．26；$\sqrt{2}-1$

17．解：（1）由已知得 $B_1C_1\perp$ 平面 ABB_1A_1，$BE\subset$ 平面 ABB_1A_1，

故 $B_1C_1\perp BE$．

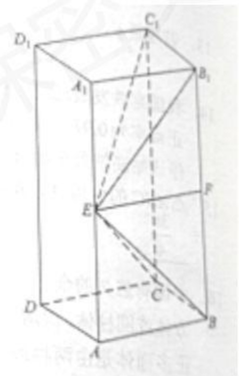
又 $BE\perp EC_1$，所以 $BE\perp$ 平面 EB_1C_1．

（2）由（1）知 $\angle BEB_1=90°$.由题设知 $\mathrm{Rt}\triangle ABE\cong\mathrm{Rt}\triangle A_1B_1E$，所以 $\angle AEB=\angle A_1EB_1=45^{\circ}$，故 $AE=AB=3$，

$AA_1=2AE=6$．

作 $EF\perp BB_1$，垂足为 F，则 $EF\perp$ 平面 BB_1C_1C，且 $EF=AB=3$．

所以，四棱锥 $E-BB_1C_1C$ 的体积 $V=\dfrac{1}{3}\times3\times6\times3=18$．



18．解：（1）设 $\{a_n\}$ 的公比为 q，由题设得

$2q^2=4q+16$，即 $q^2-2q-8=0$．

解得 $q=-2$（舍去）或 $q=4$.

因此 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2\times4^{n-1}=2^{2n-1}$．

（2）由（1）得 $b_n=(2n-1)\log_2 2=2n-1$，因此数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 $1+3+\cdots+2n-1=n^2$．

19．解：（1）根据产值增长率频数分布表得，所调查的100个企业中产值增长率不低于40%的企业频率为

$\frac{14+7}{100}=0.21$.

产值负增长的企业频率为$\frac{2}{100}=0.02$.

用样本频率分布估计总体分布得这类企业中产值增长率不低于40%的企业比例为21%，产值负增长的企业比例为2%.

（2）$\overline{y}=\frac{1}{100}(-0.10\times 2+0.10\times 24+0.30\times 53+0.50\times 14+0.70\times 7)=0.30$，

$s^2=\frac{1}{100}\sum_{i=1}^{5}n_i\left(y_i-\overline{y}\right)^2$

$=\frac{1}{100}\left[(-0.40)^2\times 2+(-0.20)^2\times 24+0^2\times 53+0.20^2\times 14+0.40^2\times 7\right]$

=0.0296，

$s=\sqrt{0.0296}=0.02\times\sqrt{74}\approx 0.17$，

所以，这类企业产值增长率的平均数与标准差的估计值分别为30%，17%.

20. 解:(1)连结PF_1,由$\triangle POF_2$为等边三角形可知在$\triangle F_1PF_2$中,$\angle F_1PF_2=90^\circ$,$|PF_2|=c$,$|PF_1|=\sqrt{3}c$,

于是$2a=|PF_1|+|PF_2|=(\sqrt{3}+1)c$，故$C$的离心率是$e=\frac{c}{a}=\sqrt{3}-1$.

（2)由题意可知,满足条件的点$P(x,y)$存在.当且仅当$\frac{1}{2}|y|\cdot 2c=16$,$\frac{y}{x+c}\cdot\frac{y}{x-c}=-1$,$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$,

即$c|y|=16$，①

$x^2+y^2=c^2$，②

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，③

由②③及$a^2=b^2+c^2$得$y^2=\frac{b^4}{c^2}$，又由①知$y^2=\frac{16^2}{c^2}$，故$b=4$.

由②③得$x^2=\frac{a^2}{c^2}\left(c^2-b^2\right)$，所以$c^2\geq b^2$，从而$a^2=b^2+c^2\geq 2b^2=32$, 故$a\geq 4\sqrt{2}$.

当$b=4$，$a\geq 4\sqrt{2}$时，存在满足条件的点P.

所以$b=4$，a的取值范围为$[4\sqrt{2},+\infty)$.

21．解：（1）$f(x)$的定义域为（0，+∞）.

$f'(x)=\frac{x-1}{x}+\ln x-1=\ln x-\frac{1}{x}$.

因为 $y=\ln x$ 单调递增，$y=\frac{1}{x}$ 单调递减，所以 $f'(x)$ 单调递增，又 $f'(1)=-1<0$，

$f'(2)=\ln 2-\frac{1}{2}=\frac{\ln 4-1}{2}>0$，故存在唯一 $x_0\in(1,2)$，使得 $f'\left(x_0\right)=0$.

又当 $x<x_0$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减；当 $x>x_0$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增.

因此，$f(x)$ 存在唯一的极值点.

（2）由（1）知 $f\left(x_0\right)<f(1)=-2$，又 $f\left(\mathrm{e}^2\right)=\mathrm{e}^2-3>0$，所以 $f(x)=0$ 在 $\left(x_0,+\infty\right)$ 内存在唯一根 $x=\alpha$.

由 $\alpha>x_0>1$ 得 $\frac{1}{\alpha}<1<x_0$.

又 $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)=\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)\ln\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\alpha}-1=\frac{f(\alpha)}{\alpha}=0$，故 $\frac{1}{\alpha}$ 是 $f(x)=0$ 在 $\left(0,x_0\right)$ 的唯一根.

综上，$f(x)=0$ 有且仅有两个实根，且两个实根互为倒数.

22．解：（1）因为 $M\left(\rho_0,\theta_0\right)$ 在 C 上，当 $\theta_0=\frac{\pi}{3}$ 时，$\rho_0=4\sin\frac{\pi}{3}=2\sqrt{3}$.

由已知得 $|OP|=|OA|\cos\frac{\pi}{3}=2$.

设 $Q(\rho,\theta)$ 为 l 上除 P 的任意一点.在 $\mathrm{Rt}\triangle OPQ$ 中，$\rho\cos\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)=|OP|=2$，

经检验，点 $P(2,\frac{\pi}{3})$ 在曲线 $\rho\cos\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)=2$ 上.

所以，l 的极坐标方程为 $\rho\cos\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)=2$.

（2）设 $P(\rho,\theta)$，在 $\mathrm{Rt}\triangle OAP$ 中，$|OP|=|OA|\cos\theta=4\cos\theta$，即 $\rho=4\cos\theta$.

因为 P 在线段 OM 上，且 $AP\perp OM$，故 θ 的取值范围是 $\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$.

所以，P 点轨迹的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$，$\theta\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$.

23．解：（1）当 $a=1$ 时，$f(x)=|x-1|x+|x-2|(x-1)$.

当$x<1$时，$f(x)=-2(x-1)^2<0$；当$x\geq 1$时，$f(x)\geq 0$.

所以，不等式$f(x)<0$的解集为$(-\infty,1)$.

（2）因为$f(a)=0$，所以$a\geq 1$.

当$a\geq 1$，$x\in(-\infty,1)$时，$f(x)=(a-x)x+(2-x)(x-a)=2(a-x)(x-1)<0$.

所以，a的取值范围是$[1,+\infty)$.