2019年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

本试卷共5页。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

注意事项：

1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

2．选择题必须使用2B铅笔填涂；非选择题必须使用0.5毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。

4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。

5．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合$A=\{x\,|\,x>-1\}$，$B=\{x\,|\,x<2\}$，则$A\cap B=$

A．(−1，+∞)　　B．(−∞，2)

C．(−1，2)　　D．$\varnothing$

2．设z=i(2+i)，则$\bar{z}=$

A．1+2i　　B．−1+2i

C．1−2i　　D．−1−2i

3．已知向量$\boldsymbol{a}$=(2，3)，$\boldsymbol{b}$=(3，2)，则$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$=

A．$\sqrt{2}$　　B．2

C．$5\sqrt{2}$　　D．50

4．生物实验室有5只兔子，其中只有3只测量过某项指标，若从这5只兔子中随机取出3只，则恰有2只测量过该指标的概率为

A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{3}{5}$

C．$\frac{2}{5}$　　D．$\frac{1}{5}$

5．在“一带一路”知识测验后，甲、乙、丙三人对成绩进行预测．

甲：我的成绩比乙高．

乙：丙的成绩比我和甲的都高．

丙：我的成绩比乙高.

成绩公布后，三人成绩互不相同且只有一个人预测正确，那么三人按成绩由高到低的次序为

A．甲、乙、丙　　B．乙、甲、丙

C．丙、乙、甲　　D．甲、丙、乙

6．设 $f(x)$ 为奇函数，且当 $x\geq 0$ 时，$f(x)=e^{x}-1$，则当 $x<0$ 时，$f(x)=$

A．$e^{-x}-1$　　B．$e^{-x}+1$

C．$-e^{-x}-1$　　D．$-e^{-x}+1$

7．设 α，β 为两个平面，则 $\alpha /\!/ \beta$ 的充要条件是

A．α 内有无数条直线与 β 平行

B．α 内有两条相交直线与 β 平行

C．α，β 平行于同一条直线

D．α，β 垂直于同一平面

8．若 $x_1=\dfrac{\pi}{4}$，$x_2=\dfrac{3\pi}{4}$ 是函数 $f(x)=\sin\omega x\ (\omega>0)$ 两个相邻的极值点，则 $\omega=$

A．2　　B．$\dfrac{3}{2}$

C．1　　D．$\dfrac{1}{2}$

9．若抛物线 $y^2=2px$（$p>0$）的焦点是椭圆 $\dfrac{x^2}{3p}+\dfrac{y^2}{p}=1$ 的一个焦点，则 $p=$

A．2　　B．3

C．4　　D．8

10．曲线 $y=2\sin x+\cos x$ 在点 $(\pi, -1)$ 处的切线方程为

A．$x-y-\pi-1=0$　　B．$2x-y-2\pi-1=0$

C．$2x+y-2\pi+1=0$　　D．$x+y-\pi+1=0$

11．已知 $a\in$（0，$\dfrac{\pi}{2}$），$2\sin 2\alpha=\cos 2\alpha+1$，则 $\sin\alpha=$

A．$\dfrac{1}{5}$　　B．$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

C．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

12．设 F 为双曲线 C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的右焦点，$O$ 为坐标原点，以 OF 为直径的圆与圆 $x^2+y^2=a^2$ 交于 P、Q 两点．若 $|PQ|=|OF|$，则 C 的离心率为

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$

C. 2　　D. $\sqrt{5}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．若变量 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}2x+3y-6\geq 0,\\ x+y-3\leq 0,\\ y-2\leq 0,\end{cases}$ 则 $z=3x-y$ 的最大值是__________.

14．我国高铁发展迅速，技术先进．经统计，在经停某站的高铁列车中，有 10 个车次的正点率为 0.97，有 20 个车次的正点率为 0.98，有 10 个车次的正点率为 0.99，则经停该站高铁列车所有车次的平均正点率的估计值为__________.

15．$\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c．已知 $b\sin A+a\cos B=0$，则 $B=$__________.

16．中国有悠久的金石文化，印信是金石文化的代表之一．印信的形状多为长方体、正方体或圆柱体，但南北朝时期的官员独孤信的印信形状是“半正多面体”（图 1）.半正多面体是由两种或两种以上的正多边形围成的多面体．半正多面体体现了数学的对称美．图 2 是一个棱数为 48 的半正多面体，它的所有顶点都在同一个正方体的表面上，且此正方体的棱长为 1．则该半正多面体共有________个面，其棱长为________．（本题第一空 2 分，第二空 3 分．）


图 1

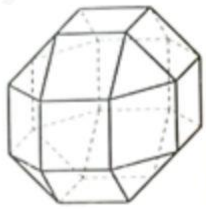


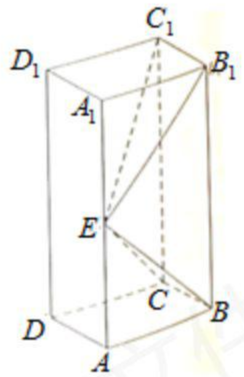
图 2

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17．（12 分）

如图，长方体 $ABCD\text{–}A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是正方形，点 E 在棱 AA_1 上，$BE\perp EC_1$.



（1）证明：$BE\perp$平面 EB_1C_1；

（2）若 $AE=A_1E$，$AB=3$，求四棱锥 $E-BB_1C_1C$ 的体积.

18. （12 分）

已知 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的等比数列，$a_1=2, a_3=2a_2+16$.

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）设 $b_n=\log_2 a_n$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

19. （12 分）

某行业主管部门为了解本行业中小企业的生产情况，随机调查了 100 个企业，得到这些企业第一季度相对于前一年第一季度产值增长率 y 的频数分布表.

y 的分组	$[-0.20,0)$	$[0,0.20)$	$[0.20,0.40)$	$[0.40,0.60)$	$[0.60,0.80)$
企业数	2	24	53	14	7

（1）分别估计这类企业中产值增长率不低于 40%的企业比例、产值负增长的企业比例；

（2）求这类企业产值增长率的平均数与标准差的估计值（同一组中的数据用该组区间的中点值为代表）．（精确到 0.01）

附：$\sqrt{74}\approx 8.602$.

20. （12 分）

已知 F_1,F_2 是椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的两个焦点，P 为 C 上一点，O 为坐标原点.

（1）若 $\triangle POF_2$ 为等边三角形，求 C 的离心率；

（2）如果存在点 P，使得 $PF_1\perp PF_2$，且 $\triangle F_1PF_2$ 的面积等于 16，求 b 的值和 a 的取值范围.

21．（12分）

已知函数 $f(x)=(x-1)\ln x-x-1$．证明：

（1）$f(x)$ 存在唯一的极值点；

（2）$f(x)$=0 有且仅有两个实根，且两个实根互为倒数．

（二）选考题：共10分．请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分．

22．[选修4-4：坐标系与参数方程]（10分）

在极坐标系中，O 为极点，点 $M(\rho_0,\theta_0)(\rho_0>0)$ 在曲线 $C:\rho=4\sin\theta$ 上，直线 l 过点 $A(4,0)$ 且与 OM 垂直，垂足为 P.

（1）当 $\theta_0=\dfrac{\pi}{3}$ 时，求 ρ_0 及 l 的极坐标方程；

（2）当 M 在 C 上运动且 P 在线段 OM 上时，求 P 点轨迹的极坐标方程.

23．[选修4-5：不等式选讲]（10分）

已知 $f(x)=|x-a|x+|x-2|(x-a)$.

（1）当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x)<0$ 的解集；

（2）若 $x\in(-\infty,1)$ 时，$f(x)<0$，求 a 的取值范围.