2018年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学试题参考答案（全国卷Ⅰ）

一、选择题

1．A　2．C　3．A　4．C　5．B　6．D

7．A　8．B　9．B　10．C　11．B　12．D

二、填空题

13．-7　14．6　15．$2\sqrt{2}$　16．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

三、解答题

17．解：（1）由条件可得 $a_{n+1}=\frac{2(n+1)}{n}a_n$．

将 $n=1$ 代入得，$a_2=4a_1$，而 $a_1=1$，所以，$a_2=4$．

将 $n=2$ 代入得，$a_3=3a_2$，所以，$a_3=12$．

从而 $b_1=1$，$b_2=2$，$b_3=4$．

（2）$\{b_n\}$是首项为1，公比为2的等比数列．

由条件可得 $\frac{a_{n+1}}{n+1}=\frac{2a_n}{n}$，即 $b_{n+1}=2b_n$，又 $b_1=1$，所以$\{b_n\}$是首项为1，公比为2的等比数列．

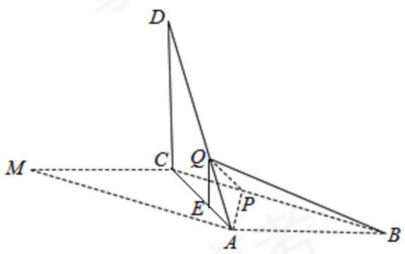
（3）由（2）可得 $\frac{a_n}{n}=2^{n-1}$，所以 $a_n=n\cdot 2^{n-1}$．

18．解：（1）由已知可得，$\angle BAC=90°$，$BA\perp AC$．

又 $BA\perp AD$，所以 $AB\perp$平面 ACD．

又 $AB\subset$平面 ABC，

所以平面 $ACD\perp$平面 ABC．



（2）由已知可得，$DC=CM=AB=3$，$DA=3\sqrt{2}$．

又 $BP=DQ=\dfrac{2}{3}DA$，所以 $BP=2\sqrt{2}$．

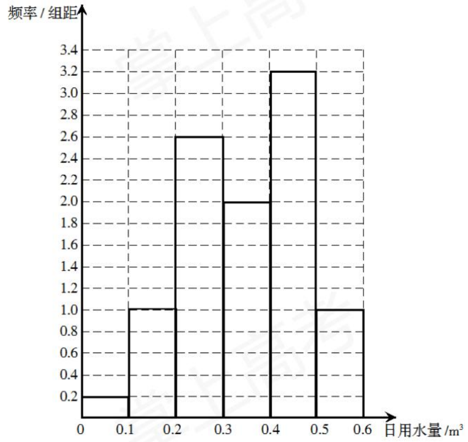
作 $QE\perp AC$，垂足为 E，则 $QE \underline{\parallel} \dfrac{1}{3}DC$．

由已知及（1）可得 $DC\perp$ 平面 ABC，所以 $QE\perp$ 平面 ABC，$QE=1$．

因此，三棱锥 $Q-ABP$ 的体积为

$$V_{Q-ABP}=\frac{1}{3}\times QE\times S_{\triangle ABP}=\frac{1}{3}\times 1\times\frac{1}{2}\times 3\times 2\sqrt{2}\sin 45^{\circ}=1.$$

19．解：（1）



（2）根据以上数据，该家庭使用节水龙头后 50 天日用水量小于 $0.35m^3$ 的频率为

$0.2\times0.1+1\times0.1+2.6\times0.1+2\times0.05=0.48$，

因此该家庭使用节水龙头后日用水量小于 $0.35m^3$ 的概率的估计值为 0.48．

（3）该家庭未使用节水龙头 50 天日用水量的平均数为

$\bar{x}_1=\frac{1}{50}(0.05\times1+0.15\times3+0.25\times2+0.35\times4+0.45\times9+0.55\times26+0.65\times5)=0.48$.

该家庭使用了节水龙头后50天日用水量的平均数为

$\bar{x}_2=\frac{1}{50}(0.05\times1+0.15\times5+0.25\times13+0.35\times10+0.45\times16+0.55\times5)=0.35$.

估计使用节水龙头后，一年可节省水$(0.48-0.35)\times365=47.45(\mathrm{m}^3)$.

20. 解：（1）当l与x轴垂直时，l的方程为x=2，可得M的坐标为（2，2）或（2，–2）.

所以直线BM的方程为$y=\frac{1}{2}x+1$或$y=-\frac{1}{2}x-1$.

（2）当l与x轴垂直时，AB为MN的垂直平分线，所以$\angle ABM=\angle ABN$.

当l与x轴不垂直时，设l的方程为$y=k(x-2)(k\neq0)$，M（x_1，y_1），N（x_2，y_2），则$x_1>0$，$x_2>0$.

由$\begin{cases}y=k(x-2),\\y^2=2x\end{cases}$得$ky^2-2y-4k=0$，可知$y_1+y_2=\frac{2}{k}$，$y_1y_2=-4$.

直线BM，BN的斜率之和为

$k_{BM}+k_{BN}=\frac{y_1}{x_1+2}+\frac{y_2}{x_2+2}=\frac{x_2y_1+x_1y_2+2(y_1+y_2)}{(x_1+2)(x_2+2)}$. ①

将$x_1=\frac{y_1}{k}+2$，$x_2=\frac{y_2}{k}+2$及y_1+y_2，y_1y_2的表达式代入①式分子，可得

$x_2y_1+x_1y_2+2(y_1+y_2)=\frac{2y_1y_2+4k(y_1+y_2)}{k}=\frac{-8+8}{k}=0$.

所以$k_{BM}+k_{BN}=0$，可知BM，BN的倾斜角互补，所以$\angle ABM=\angle ABN$.

综上，$\angle ABM=\angle ABN$.

21. 解：（1）f（x）的定义域为$(0,+\infty)$，f'（x）$=ae^x-\frac{1}{x}$.

由题设知，f'（2）=0，所以$a=\frac{1}{2e^2}$.

从而f（x）$=\frac{1}{2e^2}e^x-\ln x-1$，$f'$（$x$）$=\frac{1}{2e^2}e^x-\frac{1}{x}$.

当$0<x<2$时，f'（x）<0；当$x>2$时，f'（x）>0.

所以f（x）在（0，2）单调递减，在（2，+∞）单调递增.

（2）当$a\geq\frac{1}{e}$时，f（x）$\geq\frac{e^x}{e}-\ln x-1$.

设g（x）$=\frac{e^x}{e}-\ln x-1$，则$g'(x)=\frac{e^x}{e}-\frac{1}{x}$.

当$0<x<1$时，g'（x）<0；当$x>1$时，g'（x）>0．所以x=1是g（x）的最小值点.

故当$x>0$时，g（x）$\geq g$（1）=0.

因此，当 $a \ge \frac{1}{e}$ 时，$f(x) \ge 0$.

22．解：（1）由 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$ 得 C_2 的直角坐标方程为

$(x+1)^2+y^2=4$.

（2）由（1）知 C_2 是圆心为 $A(-1,0)$，半径为 2 的圆.

由题设知，C_1 是过点 $B(0,2)$ 且关于 y 轴对称的两条射线．记 y 轴右边的射线为 l_1，y 轴左边的射线为 l_2．由于 B 在圆 C_2 的外面，故 C_1 与 C_2 有且仅有三个公共点等价于 l_1 与 C_2 只有一个公共点且 l_2 与 C_2 有两个公共点，或 l_2 与 C_2 只有一个公共点且 l_1 与 C_2 有两个公共点.

当 l_1 与 C_2 只有一个公共点时，A 到 l_1 所在直线的距离为 2，所以 $\frac{|-k+2|}{\sqrt{k^2+1}}=2$，故 $k=-\frac{4}{3}$ 或 $k=0$.

经检验，当 $k=0$ 时，l_1 与 C_2 没有公共点；当 $k=-\frac{4}{3}$ 时，l_1 与 C_2 只有一个公共点，l_2 与 C_2 有两个公共点.

当 l_2 与 C_2 只有一个公共点时，A 到 l_2 所在直线的距离为 2，所以 $\frac{|k+2|}{\sqrt{k^2+1}}=2$，故 $k=0$ 或 $k=\frac{4}{3}$.

经检验，当 $k=0$ 时，l_1 与 C_2 没有公共点；当 $k=\frac{4}{3}$ 时，l_2 与 C_2 没有公共点.

综上，所求 C_1 的方程为 $y=-\frac{4}{3}|x|+2$.

23．解：（1）当 $a=1$ 时，$f(x)=|x+1|-|x-1|$，即 $f(x)=\begin{cases}-2, x\le -1,\\ 2x, -1<x<1,\\ 2, x\ge 1.\end{cases}$

故不等式 $f(x)>1$ 的解集为 $\{x\,|\,x>\frac{1}{2}\}$.

（2）当 $x\in(0,1)$ 时 $|x+1|-|ax-1|>x$ 成立等价于当 $x\in(0,1)$ 时 $|ax-1|<1$ 成立.

若 $a\le 0$，则当 $x\in(0,1)$ 时 $|ax-1|\ge 1$；

若 $a>0$，$|ax-1|<1$ 的解集为 $0<x<\frac{2}{a}$，所以 $\frac{2}{a}\ge 1$，故 $0<a\le 2$.

综上，a 的取值范围为 $(0,2]$