2018 年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学（全国卷 I ）

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设 $z=\dfrac{1-i}{1+i}+2i$，则 $|z|=$

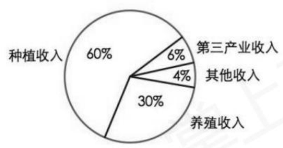
A．0　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．1　　D．$\sqrt{2}$

2．已知集合 $A=\left\{x\middle|x^2-x-2>0\right\}$，则 $\complement_{\mathbf{R}}A=$

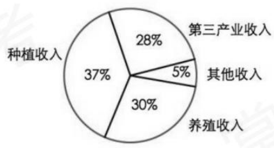
A．$\left\{x\middle|-1<x<2\right\}$　　B．$\left\{x\middle|-1\le x\le 2\right\}$

C．$\{x\,|\,x<-1\}\cup\{x\,|\,x>2\}$　　D．$\{x\,|\,x\le -1\}\cup\{x\,|\,x\ge 2\}$

3．某地区经过一年的新农村建设，农村的经济收入增加了一倍，实现翻番.为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况，统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例，得到如下饼图：



建设前经济收入构成比例



建设后经济收入构成比例

则下面结论中不正确的是

A．新农村建设后，种植收入减少

B．新农村建设后，其他收入增加了一倍以上

C．新农村建设后，养殖收入增加了一倍

D．新农村建设后，养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半

4．记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和.若 $3S_3=S_2+S_4$，$a_1=2$，则 $a_5=$

A．-12　　　　B．-10　　　　C．10

D．12

5．设函数 $f(x)=x^3+(a-1)x^2+ax$.若 $f(x)$ 为奇函数，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,0)$ 处的切线方程为

A．$y=-2x$　　　　B．$y=-x$　　　　C．$y=2x$

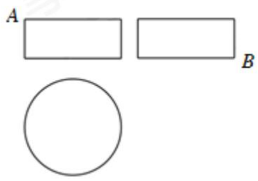
D．$y=x$

6．在 $\triangle ABC$ 中，AD 为 BC 边上的中线，E 为 AD 的中点，则 $\overrightarrow{EB}=$

A．$\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　　　　B．$\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$　　　　C．$\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

D．$\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

7．某圆柱的高为2，底面周长为16，其三视图如图．圆柱表面上的点 M 在正视图上的对应点为 A，圆柱表面上的点 N 在左视图上的对应点为 B，则在此圆柱侧面上，从 M 到 N 的路径中，最短路径的长度为



A．$2\sqrt{17}$　　　　B．$2\sqrt{5}$　　　　C．3

D．2

8．设抛物线 C: $y^2=4x$ 的焦点为 F，过点（-2，0）且斜率为 $\frac{2}{3}$ 的直线与 C 交于 M，N 两点，则 $\overrightarrow{FM}\cdot\overrightarrow{FN}=$

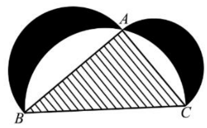
A．5　　　　B．6　　　　C．7

D．8

9．已知函数 $f(x)=\begin{cases}e^x, & x\le 0,\\ \ln x, & x>0,\end{cases}$ $g(x)=f(x)+x+a$．若 g（x）存在 2 个零点，则 a 的取值范围是

A．[–1，0）　　B．[0，+∞）　　C．[–1，+∞）　　D．[1，+∞）

10．下图来自古希腊数学家希波克拉底所研究的几何图形．此图由三个半圆构成，三个半圆的直径分别为直角三角形 ABC 的斜边 BC，直角边 AB，AC．△ABC 的三边所围成的区域记为Ⅰ，黑色部分记为Ⅱ，其余部分记为Ⅲ．在整个图形中随机取一点，此点取自Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ的概率分别记为 p_1，p_2，p_3，则



A．$p_1=p_2$　　B．$p_1=p_3$

C．$p_2=p_3$　　D．$p_1=p_2+p_3$

11．已知双曲线 C：$\frac{x^2}{3}-y^2=1$，O 为坐标原点，F 为 C 的右焦点，过 F 的直线与 C 的两条渐近线的交点分别为 M、N.若△OMN 为直角三角形，则$|MN|$=

A．$\frac{3}{2}$　　B．3　　C．$2\sqrt{3}$　　D．4

12．已知正方体的棱长为 1，每条棱所在直线与平面α所成的角都相等，则α截此正方体所得截面面积的最大值为

A．$\frac{3\sqrt{3}}{4}$　　B．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　C．$\frac{3\sqrt{2}}{4}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．若 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x-2y-2\le 0\\ x-y+1\ge 0\\ y\le 0\end{cases}$，则 $z=3x+2y$ 的最大值为____________.

14．记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和.若 $S_n=2a_n+1$，则 $S_6=$____________.

15．从 2 位女生，4 位男生中选 3 人参加科技比赛，且至少有 1 位女生入选，则不同的选法共有____________种.（用数字填写答案）

16．已知函数 $f(x)=2\sin x+\sin 2x$，则 $f(x)$ 的最小值是____________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：60 分。

17.（12 分）

在平面四边形 $ABCD$ 中，$\angle ADC=90^\circ$，$\angle A=45^\circ$，$AB=2$，$BD=5$.

（1）求 $\cos\angle ADB$；

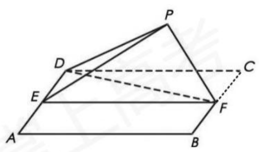
（2）若 $DC=2\sqrt{2}$，求 BC.

18.（12 分）

如图，四边形 $ABCD$ 为正方形，E,F 分别为 AD,BC 的中点，以 DF 为折痕把 $\triangle DFC$ 折起，使点 C 到达点 P 的位置，且 $PF\perp BF$.

（1）证明：平面 $PEF\perp$ 平面 $ABFD$；

（2）求 DP 与平面 $ABFD$ 所成角的正弦值.



19.（12 分）

设椭圆 $C:\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$ 的右焦点为 F，过 F 的直线 l 与 C 交于 A,B 两点，点 M 的坐标为 $(2,0)$.

（1）当 l 与 x 轴垂直时，求直线 AM 的方程；

（2）设 O 为坐标原点，证明：$\angle OMA=\angle OMB$.

20.（12 分）

某工厂的某种产品成箱包装，每箱 200 件，每一箱产品在交付用户之前要对产品作检验，如检验出不合格品，则更换为合格品．检验时，先从这箱产品中任取 20 件作检验，再根据检验结果决定是否对余下的所有产品作检验，设每件产品为不合格品的概率都为 $p(0<p<1)$，且各件产品是否为不合格品相互独立．（1）记 20 件产品中恰有 2 件不合格品的概率为 $f(p)$，求 $f(p)$ 的最大值点 p_0.

（2）现对一箱产品检验了 20 件，结果恰有 2 件不合格品，以（1）中确定的 p_0 作为 p

的值．已知每件产品的检验费用为 2 元，若有不合格品进入用户手中，则工厂要对每件不合格品支付 25 元的赔偿费用．

（i）若不对该箱余下的产品作检验，这一箱产品的检验费用与赔偿费用的和记为 X，求 EX；

（ii）以检验费用与赔偿费用和的期望值为决策依据，是否该对这箱余下的所有产品作检验？

21．（12 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}-x+a\ln x$．

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若 $f(x)$ 存在两个极值点 x_1,x_2，证明：$\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<a-2$．

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22．[选修 4—4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的方程为 $y=k|x|+2$．以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2+2\rho\cos\theta-3=0$．

（1）求 C_2 的直角坐标方程；

（2）若 C_1 与 C_2 有且仅有三个公共点，求 C_1 的方程.

23．[选修 4—5：不等式选讲]（10 分）

已知 $f(x)=|x+1|-|ax-1|$．

（1）当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x)>1$ 的解集；

（2）若 $x\in(0,1)$ 时不等式 $f(x)>x$ 成立，求 a 的取值范围.