2019年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学 • 参考答案

一、选择题

1．C　　2．C　　3．B　　4．B　　5．D　　6．C

7．D　　8．B　　9．A　　10．D　　11．A　　12．B

二、填空题

13．$y=3x$　　14．$\dfrac{5}{8}$　　15．-4　　16．$\sqrt{2}$

三、解答题

17．解：

（1）由调查数据，男顾客中对该商场服务满意的比率为 $\dfrac{40}{50}=0.8$，因此男顾客对该商场服务满意的概率的估计值为0.8．

女顾客中对该商场服务满意的比率为 $\dfrac{30}{50}=0.6$，因此女顾客对该商场服务满意的概率的估计值为0.6．

（2）$K^2=\dfrac{100\times(40\times20-30\times10)^2}{50\times50\times70\times30}\approx4.762$．

由于 $4.762>3.841$，故有95%的把握认为男、女顾客对该商场服务的评价有差异.

18．解：

（1）设 $\{a_n\}$ 的公差为 d.

由 $S_9=-a_5$ 得 $a_1+4d=0$．

由 $a_3=4$ 得 $a_1+2d=4$．

于是 $a_1=8, d=-2$．

因此 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=10-2n$．

（2）由（1）得 $a_1=-4d$，故 $a_n=(n-5)d, S_n=\dfrac{n(n-9)d}{2}$.

由 $a_1>0$ 知 $d<0$，故 $S_n \geqslant a_n$ 等价于 $n^2-11n+10 \leqslant 0$，解得 $1\le n\le 10$.

所以 n 的取值范围是 $\{n \mid 1 \leqslant n \leqslant 10, n\in\mathbf{N}\}$．

19．解：

（1）连结 B_1C, ME .因为M，E分别为 BB_1, BC 的中点，所以 $ME \parallel B_1C$ ，且 $ME=\frac{1}{2}B_1C$.又因为N为 A_1D 的中点，所以 $ND=\frac{1}{2}A_1D$.

由题设知 $A_1B_1 \underline{\underline{\parallel}}\ DC$，可得 $B_1C \underline{\underline{\parallel}}\ A_1D$，故 $ME \underline{\underline{\parallel}}\ ND$，因此四边形$MNDE$为平行四边形，$MN \parallel ED$.

又 $MN \not\subset$ 平面 C_1DE，所以$MN \parallel$ 平面 C_1DE .

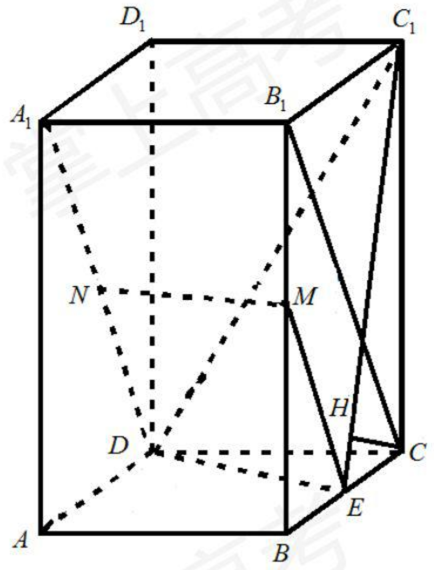
（2）过C作C_1E的垂线，垂足为H.

由已知可得 $DE \perp BC$ ， $DE \perp C_1C$ ，所以$DE\perp$平面 C_1CE ，故$DE \perp CH$.

从而$CH\perp$平面 C_1DE ，故CH的长即为C到平面 C_1DE 的距离，

由已知可得CE=1，C_1C=4，所以 $C_1E=\sqrt{17}$ ，故 $CH=\frac{4\sqrt{17}}{17}$.

从而点C到平面 C_1DE 的距离为 $\frac{4\sqrt{17}}{17}$.



20．解：

（1）设 $g(x)=f'(x)$，则 $g(x)=\cos x+x\sin x-1, g'(x)=x\cos x$.

当 $x\in(0,\frac{\pi}{2})$ 时，$g'(x)>0$；当 $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ 时，$g'(x)<0$，所以 $g(x)$ 在 $(0,\frac{\pi}{2})$ 单调递增，在 $\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ 单调递减.

又 $g(0)=0, g\left(\dfrac{\pi}{2}\right)>0, g(\pi)=-2$，故 $g(x)$ 在 $(0,\pi)$ 存在唯一零点.

所以 $f'(x)$ 在 $(0,\pi)$ 存在唯一零点.

（2）由题设知 $f(\pi)..a\pi, f(\pi)=0$，可得$a\le 0$.

由（1）知，$f'(x)$ 在 $(0,\pi)$ 只有一个零点，设为 x_0，且当 $x\in\left(0,x_0\right)$ 时，$f'(x)>0$；当 $x\in\left(x_0,\pi\right)$ 时，$f'(x)<0$，所以 $f(x)$ 在 $\left(0,x_0\right)$ 单调递增，在 $\left(x_0,\pi\right)$ 单调递减.

又 $f(0)=0, f(\pi)=0$，所以，当 $x\in[0,\pi]$ 时，$f(x)..0$.

又当 $a,, 0, x\in[0,\pi]$ 时，$ax\le 0$，故 $f(x)..ax$.

因此，a的取值范围是 $(-\infty,0]$.

21．解：（1）因为⊙M 过点 A,B，所以圆心 M 在 AB 的垂直平分线上.由已知 A 在直线 $x+y=0$ 上，且 A,B 关于坐标原点 O 对称，所以 M 在直线 $y=x$ 上，故可设 $M(a,a)$.

因为⊙M 与直线$x+2=0$相切，所以⊙M 的半径为 $r=|a+2|$.

由已知得$|AO|=2$，又 $\overrightarrow{MO}\perp\overrightarrow{AO}$，故可得 $2a^2+4=(a+2)^2$，解得 $a=0$ 或 $a=4$.

故⊙M 的半径 $r=2$ 或 $r=6$.

（2）存在定点 $P(1,0)$，使得 $|MA|-|MP|$ 为定值.

理由如下：

设 $M(x,y)$，由已知得⊙M 的半径为 $r=|x+2|, |AO|=2$.

由于 $\overrightarrow{MO}\perp\overrightarrow{AO}$，故可得 $x^2+y^2+4=(x+2)^2$，化简得M的轨迹方程为 $y^2=4x$.

因为曲线 $C: y^2=4x$ 是以点 $P(1,0)$ 为焦点，以直线 $x=-1$ 为准线的抛物线，所以 $|MP|=x+1$.

因为 $|MA|-|MP|=r-|MP|=x+2-(x+1)=1$，所以存在满足条件的定点$P$.

22．解：（1）因为 $-1<\dfrac{1-t^2}{1+t^2}\le 1$，且 $x^2+\left(\dfrac{y}{2}\right)^2=\left(\dfrac{1-t^2}{1+t^2}\right)^2+\dfrac{4t^2}{\left(1+t^2\right)^2}=1$，所以$C$的直角坐标方程为

$$x^2+\frac{y^2}{4}=1(x\neq -1).$$

l 的直角坐标方程为 $2x+\sqrt{3}y+11=0$.

（2）由（1）可设C的参数方程为$\begin{cases} x=\cos\alpha, \\ y=2\sin\alpha \end{cases}$（$\alpha$ 为参数，$-\pi<\alpha<\pi$）.

C上的点到l的距离为$\dfrac{|2\cos\alpha+2\sqrt{3}\sin\alpha+11|}{\sqrt{7}}=\dfrac{4\cos\left(\alpha-\dfrac{\pi}{3}\right)+11}{\sqrt{7}}$.

当$\alpha=-\dfrac{2\pi}{3}$时，$4\cos\left(\alpha-\dfrac{\pi}{3}\right)+11$取得最小值7，故$C$上的点到$l$距离的最小值为$\sqrt{7}$.

23．解：（1）因为$a^2+b^2\geq 2ab, b^2+c^2\geq 2bc, c^2+a^2\geq 2ac$，又$abc=1$，故有

$a^2+b^2+c^2\geq ab+bc+ca=\dfrac{ab+bc+ca}{abc}=\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}$.

所以$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\leq a^2+b^2+c^2$.

（2）因为a, b, c 为正数且$abc=1$，故有

$(a+b)^3+(b+c)^3+(c+a)^3\geq 3\sqrt[3]{(a+b)^3(b+c)^3(a+c)^3}$

$=3(a+b)(b+c)(a+c)$

$\geq 3\times(2\sqrt{ab})\times(2\sqrt{bc})\times(2\sqrt{ac})$

$=24$.

所以$(a+b)^3+(b+c)^3+(c+a)^3\geq 24$.