2019年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设$z=\dfrac{3-\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}$，则$|z|=$

A．2　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．1

2．已知集合$U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$A=\{2,3,4,5\}$，$B=\{2,3,6,7\}$，则$B\cap \complement_U A=$

A．$\{1,6\}$　　B．$\{1,7\}$　　C．$\{6,7\}$　　D．$\{1,6,7\}$

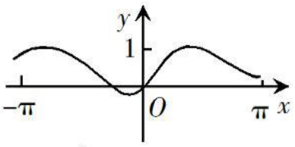
3．已知$a=\log_2 0.2, b=2^{0.2}, c=0.2^{0.3}$，则

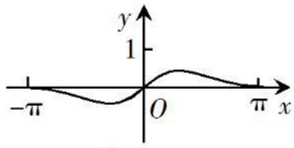
A．$a<b<c$　　B．$a<c<b$　　C．$c<a<b$　　D．$b<c<a$

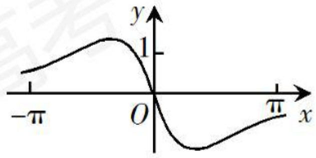
4．古希腊时期，人们认为最美人体的头顶至肚脐的长度与肚脐至足底的长度之比是$\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$（$\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$≈0.618，称为黄金分割比例)，著名的“断臂维纳斯”便是如此．此外，最美人体的头顶至咽喉的长度与咽喉至肚脐的长度之比也是$\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$．若某人满足上述两个黄金分割比例，且腿长为105 cm，头顶至脖子下端的长度为26 cm，则其身高可能是

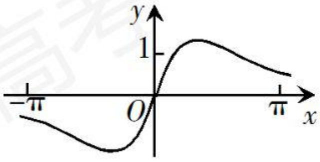
A．165 cm　　　　B．175 cm　　　　C．185 cm　　　　D．190 cm

5．函数$f(x)=\dfrac{\sin x+x}{\cos x+x^2}$在[−π，π]的图像大致为

A．

B．

C．

D．

6．某学校为了解 1 000 名新生的身体素质，将这些学生编号为 1，2，…，1 000，从这些新生中用系统抽样方法等距抽取 100 名学生进行体质测验.若 46 号学生被抽到，则下面 4 名学生中被抽到的是

A．8 号学生　　　　B．200 号学生　　　　C．616 号学生　　　　D．815 号学生

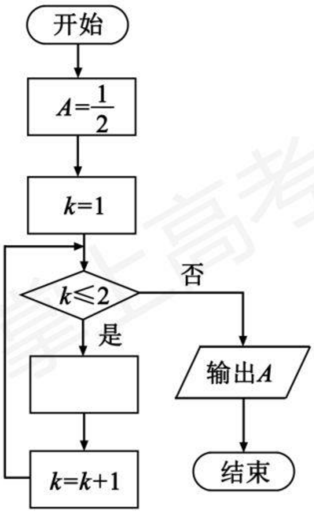
7．tan255°=

A．$-2-\sqrt{3}$　　　　B．$-2+\sqrt{3}$　　　　C．$2-\sqrt{3}$　　　　D．$2+\sqrt{3}$

8．已知非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足$|\boldsymbol{a}|=2|\boldsymbol{b}|$，且（$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$）$\perp\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为

A．$\dfrac{\pi}{6}$　　　　B．$\dfrac{\pi}{3}$　　　　C．$\dfrac{2\pi}{3}$　　　　D．$\dfrac{5\pi}{6}$

9．如图是求$\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2}}}$的程序框图，图中空白框中应填入



A．$A=\dfrac{1}{2+A}$　　　　B．$A=2+\dfrac{1}{A}$　　　　C．$A=\dfrac{1}{1+2A}$　　　　D．$A=1+\dfrac{1}{2A}$

10．双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线的倾斜角为 130°，则 C 的离心率为

A．2sin40°　　B．2cos40°　　C．$\frac{1}{\sin 50°}$　　D．$\frac{1}{\cos 50°}$

11．△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $a\sin A-b\sin B=4c\sin C$，$\cos A=-\frac{1}{4}$，则 $\frac{b}{c}=$

A．6　　B．5　　C．4　　D．3

12．已知椭圆 C 的焦点为 $F_1(-1,0),F_2(1,0)$，过 F_2 的直线与 C 交于 A，B 两点.若 $|AF_2|=2|F_2B|$，$|AB|=|BF_1|$，则 C 的方程为

A．$\frac{x^2}{2}+y^2=1$　　B．$\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$　　C．$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$　　D．$\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．曲线 $y=3(x^2+x)\mathrm{e}^x$ 在点 $(0,0)$ 处的切线方程为__________.

14．记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和.若 $a_1=1$，$S_3=\frac{3}{4}$，则 S_4=__________.

15．函数 $f(x)=\sin(2x+\frac{3\pi}{2})-3\cos x$ 的最小值为__________.

16．已知∠ACB=90°，P 为平面 ABC 外一点，PC=2，点 P 到∠ACB 两边 AC，BC 的距离均为 $\sqrt{3}$，那么 P 到平面 ABC 的距离为__________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：60 分。

17．（12 分）

某商场为提高服务质量，随机调查了 50 名男顾客和 50 名女顾客，每位顾客对该商场的服务给出满意或不满意的评价，得到下面列联表：

	满意	不满意
男顾客	40	10
女顾客	30	20

（1）分别估计男、女顾客对该商场服务满意的概率；

（2）能否有 95%的把握认为男、女顾客对该商场服务的评价有差异？

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

P（$K^2\geq k$）	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

18. （12 分）

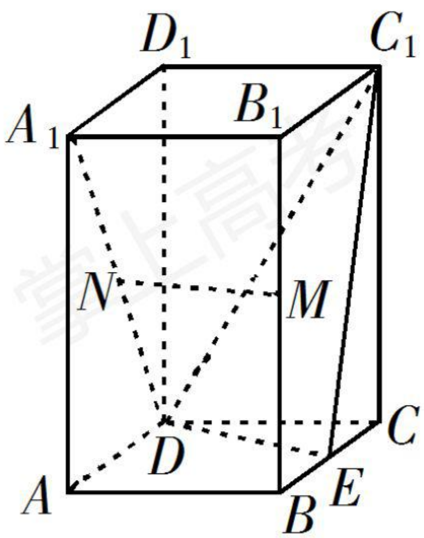
记 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，已知 $S_9=-a_5$.

（1）若 $a_3=4$，求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）若 $a_1>0$，求使得 $S_n\geq a_n$ 的 n 的取值范围.

19. （12 分）

如图，直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是菱形，$AA_1=4$，$AB=2$，$\angle BAD=60°$，E，M，N 分别是 BC，BB_1，A_1D 的中点.



（1）证明：$MN\parallel$ 平面 C_1DE；

（2）求点 C 到平面 C_1DE 的距离.

20. （12 分）

已知函数 $f(x)=2\sin x-x\cos x-x$，$f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导数.

（1）证明：$f'(x)$ 在区间（0，π）存在唯一零点；

（2）若 $x\in[0,\pi]$时，$f(x)\geq ax$，求 a 的取值范围.

21.（12 分）

已知点 A，B 关于坐标原点 O 对称，$|AB|=4$，⊙M 过点 A，B 且与直线 $x+2=0$ 相切.

（1）若 A 在直线 $x+y=0$ 上，求⊙M 的半径；

（2）是否存在定点 P，使得当 A 运动时，$|MA|-|MP|$ 为定值？并说明理由.

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22．[选修 4−4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=\dfrac{1-t^2}{1+t^2}, \\ y=\dfrac{4t}{1+t^2} \end{cases}$（$t$ 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $2\rho\cos\theta+\sqrt{3}\rho\sin\theta+11=0$.

（1）求 C 和 l 的直角坐标方程；

（2）求 C 上的点到 l 距离的最小值.

23．[选修 4−5：不等式选讲]（10 分）

已知 a，b，c 为正数，且满足 $abc=1$．证明：

（1）$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\le a^2+b^2+c^2$；

（2）$(a+b)^3+(b+c)^3+(c+a)^3\ge 24$.