

2018年普通高等学校招生全国统一考试

数学(文)(北京卷)

本试卷共5页,150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题卡上,在试卷上作答无效。考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分(选择题 共40分)

一、选择题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项。

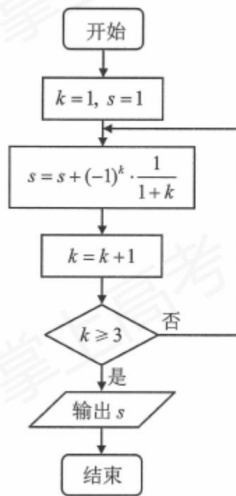
(1) 已知集合 $A = \{x \mid |x| < 2\}$, $B = \{-2, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$

- (A) $\{0, 1\}$
- (B) $\{-1, 0, 1\}$
- (C) $\{-2, 0, 1, 2\}$
- (D) $\{-1, 0, 1, 2\}$

(2) 在复平面内, 复数 $\frac{1}{1-i}$ 的共轭复数对应的点位于

- (A) 第一象限
- (B) 第二象限
- (C) 第三象限
- (D) 第四象限

(3) 执行如图所示的程序框图, 输出的 s 值为



- (A) $\frac{1}{2}$
- (B) $\frac{5}{6}$

(C) $\frac{7}{6}$

(D) $\frac{7}{12}$

(4) 设 a, b, c, d 是非零实数, 则“ $ad=bc$ ”是“ a, b, c, d 成等比数列”的

(A) 充分而不必要条件

(B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件

(D) 既不充分也不必要条件

(5) “十二平均律”是通用的音律体系, 明代朱载堉最早用数学方法计算出半音比例, 为这个理论的发展做出了重要贡献. 十二平均律将一个纯八度音程分成十二份, 依次得到十三个单音, 从第二个单音起, 每一个单音的频率与它的前一个单音的频率的比都等于 $\sqrt[12]{2}$. 若第一个单音的频率为 f , 则第八个单音的频率为

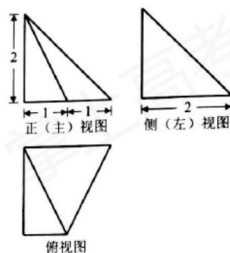
(A) $\sqrt[3]{2}f$

(B) $\sqrt[3]{2^2}f$

(C) $\sqrt[12]{2^5}f$

(D) $\sqrt[12]{2^7}f$

(6) 某四棱锥的三视图如图所示, 在此四棱锥的侧面中, 直角三角形的个数为



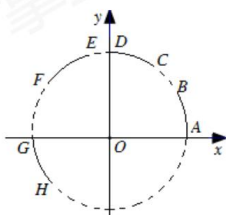
(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

(7) 在平面直角坐标系中, $\widehat{AB}, \widehat{CD}, \widehat{EF}, \widehat{GH}$ 是圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上的四段弧 (如图), 点 P 在其中一段上, 角 α 以 Ox 为始边, OP 为终边, 若 $\tan \alpha < \cos \alpha < \sin \alpha$, 则 P 所在的圆弧是



(A) \widehat{AB} (B) \widehat{CD}

(C) \widehat{EF} (D) \widehat{GH}

(8) 设集合 $A = \{(x, y) | x - y \geq 1, ax + y > 4, x - ay \leq 2\}$, 则

(A) 对任意实数 a , $(2, 1) \in A$ (B) 对任意实数 a , $(2, 1) \notin A$

(C) 当且仅当 $a < 0$ 时, $(2, 1) \notin A$ (D) 当且仅当 $a \leq \frac{3}{2}$ 时, $(2, 1) \notin A$

第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分。

(9) 设向量 $a = (1, 0)$, $b = (-1, m)$, 若 $a \perp (ma - b)$, 则 $m =$ _____.

(10) 已知直线 l 过点 $(1, 0)$ 且垂直于 x 轴, 若 l 被抛物线 $y^2 = 4ax$ 截得的线段长为 4, 则

抛物线的焦点坐标为_____.

(11) 能说明“若 $a > b$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ”为假命题的一组 a, b 的值依次为_____.

(12) 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4} = 1 (a > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$, 则 $a =$ _____.

(13) 若 x, y 满足 $x + 1 \leq y \leq 2x$, 则 $2y - x$ 的最小值是_____.

(14) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2 + c^2 - b^2)$, 且 $\angle C$ 为钝角, 则 $\angle B =$ _____ ; $\frac{c}{a}$ 的取值

范围是_____.

三、解答题共 6 小题, 共 80 分。解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程。

(15) (本小题 13 分)

设 $\{a_n\}$ 是等差数列, 且 $a_1 = \ln 2, a_2 + a_3 = 5 \ln 2$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 求 $e^{a_1} + e^{a_2} + \dots + e^{a_n}$.

(16) (本小题 13 分)

已知函数 $f(x) = \sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x$.

(I) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(II) 若 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{3}, m]$ 上的最大值为 $\frac{3}{2}$, 求 m 的最小值.

(17) (本小题 13 分)

电影公司随机收集了电影的有关数据, 经分类整理得到下表:

电影类型	第一类	第二类	第三类	第四类	第五类	第六类
电影部数	140	50	300	200	800	510
好评率	0.4	0.2	0.15	0.25	0.2	0.1

好评率是指: 一类电影中获得好评的部数与该类电影的部数的比值.

(I) 从电影公司收集的电影中随机选取 1 部, 求这部电影是获得好评的第四类电影的概率;

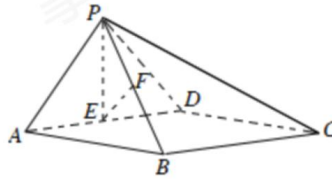
(II) 随机选取 1 部电影, 估计这部电影没有获得好评的概率;

(III) 电影公司为增加投资回报, 拟改变投资策略, 这将导致不同类型电影的好评率发生变化. 假设表格中只有两类电影的好评率数据发生变化, 那么哪类电影的好评率增加 0.1, 哪类电影的好评率减少 0.1, 使得获得好评的电影总部数与样本中的电影总部数的比值达到最大? (只需写出结论)

(18) (本小题 14 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为矩形, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, $PA \perp PD$, $PA=PD$.

E, F 分别为 AD, PB 的中点.



(I) 求证: $PE \perp BC$;

(II) 求证: 平面 $PAB \perp$ 平面 PCD ;

(III) 求证: $EF \parallel$ 平面 PCD .

(19) (本小题 13 分)

设函数 $f(x) = [ax^2 - (3a+1)x + 3a+2]e^x$.

(I) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线斜率为 0, 求 a ;

(II) 若 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极小值, 求 a 的取值范围.

(20) (本小题 14 分)

已知椭圆 $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$, 焦距为 $2\sqrt{2}$. 斜率为 k 的直线 l

与椭圆 M 有两个不同的交点 A, B .

(I) 求椭圆 M 的方程;

(II) 若 $k=1$, 求 $|AB|$ 的最大值;

(III) 设 $P(-2, 0)$, 直线 PA 与椭圆 M 的另一个交点为 C , 直线 PB 与椭圆 M 的另一个交点为 D . 若 C, D 和点 $Q(-\frac{7}{4}, \frac{1}{4})$ 共线, 求 k .