# 2018年普通高等学校招生全国统一考试

## 数　学（理）（北京卷）

**本试卷共5页，150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。**

## 第一部分（选择题　共40分）

**一、选择题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。**

（1）已知集合$A=\{x||x|<2\}$，$B=\{-2，0，1，2\}$，则$A\cap B=$

（A）$\{0，1\}$　　（B）$\{-1，0，1\}$

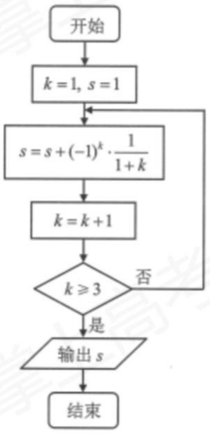
（C）$\{-2，0，1，2\}$　　（D）$\{-1，0，1，2\}$

（2）在复平面内，复数$\dfrac{1}{1-\mathrm{i}}$的共轭复数对应的点位于

（A）第一象限　　（B）第二象限

（C）第三象限　　（D）第四象限

（3）执行如图所示的程序框图，输出的$s$值为




（A）$\dfrac{1}{2}$　　（B）$\dfrac{5}{6}$

（C）$\dfrac{7}{6}$　　（D）$\dfrac{7}{12}$

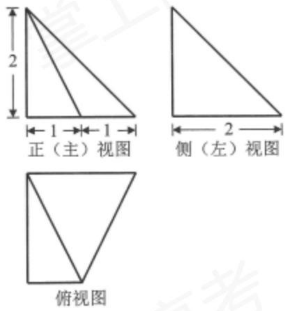
（4）“十二平均律”是通用的音律体系，明代朱载堉最早用数学方法计算出半音比例，为

这个理论的发展做出了重要贡献．十二平均律将一个纯八度音程分成十二份，依次得到十三个单音，从第二个单音起，每一个单音的频率与它的前一个单音的频率的比都等于$\sqrt[12]{2}$．若第一个单音的频率为$f$，则第八个单音的频率为

（A）$\sqrt[3]{2}f$　　（B）$\sqrt[3]{2^2}f$

（C）$\sqrt[12]{2^5}f$　　（D）$\sqrt[12]{2^7}f$

（5）某四棱锥的三视图如图所示，在此四棱锥的侧面中，直角三角形的个数为




（A）1　　（B）2

（C）3　　（D）4

（6）设$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$均为单位向量，则“$|\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}|=|3\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$”是“$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$”的

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

（7）在平面直角坐标系中，记$d$为点$P$（$\cos\theta$，$\sin\theta$）到直线$x-my-2=0$的距离，当$\theta$，$m$变化时，$d$的最大值为

（A）1　　（B）2

（C）3　　（D）4

（8）设集合$A=\{(x,y)\mid x-y\ge 1, ax+y>4, x-ay\le 2\}$，则

（A）对任意实数$a$，$(2,1)\in A$　　（B）对任意实数$a$，（2，1）$\notin A$

（C）当且仅当$a<0$时，（2，1）$\notin A$　　（D）当且仅当$a\le\frac{3}{2}$时，（2，1）$\notin A$

## 第二部分（非选择题　　共110分）

**二、填空题共6小题，每小题5分，共30分。**

（9）设$\{a_n\}$是等差数列，且$a_1=3$，$a_2+a_5=36$，则$\{a_n\}$的通项公式为__________.

（10）在极坐标系中，直线$\rho\cos\theta+\rho\sin\theta=a(a>0)$与圆$\rho=2\cos\theta$相切，则$a=$__________.

（11）设函数$f(x)=\cos(\omega x-\dfrac{\pi}{6})(\omega>0)$，若$f(x)\le f(\dfrac{\pi}{4})$对任意的实数$x$都成立，则$\omega$的最小值为__________.

（12）若$x$，$y$满足$x+1\le y\le 2x$，则$2y-x$的最小值是__________.

（13）能说明"若$f(x)>f(0)$对任意的$x\in(0,2]$都成立，则$f(x)$在$[0,2]$上是增函数"为假命题的一个函数是__________.

（14）已知椭圆$M$:$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，双曲线$N$:$\dfrac{x^2}{m^2}-\dfrac{y^2}{n^2}=1$. 若双曲线$N$的两条渐近线与椭圆$M$的四个交点及椭圆$M$的两个焦点恰为一个正六边形的顶点，则椭圆$M$的离心率为__________；双曲线$N$的离心率为__________.

**三、解答题共6小题，共80分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。**

（15）（本小题13分）

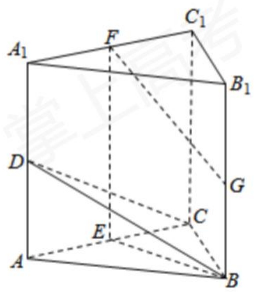
在△$ABC$中，$a=7$，$b=8$，$\cos B=-\dfrac{1}{7}$.

（I）求$\angle A$；

（II）求$AC$边上的高.

（16）（本小题14分）

如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$CC_1\perp$平面$ABC$，$D$，$E$，$F$，$G$分别为$AA_1$，$AC$，$A_1C_1$，$BB_1$的中点，$AB=BC=\sqrt{5}$，$AC=AA_1=2$.




（I）求证：$AC\perp$平面$BEF$；

（II）求二面角 $B-CD-C_1$ 的余弦值；

（III）证明：直线 $FG$ 与平面 $BCD$ 相交.

（17）（本小题 12 分）

电影公司随机收集了电影的有关数据，经分类整理得到下表：

| 电影类型 | 第一类 | 第二类 | 第三类 | 第四类 | 第五类 | 第六类 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 电影部数 | 140 | 50 | 300 | 200 | 800 | 510 |
| 好评率 | 0.4 | 0.2 | 0.15 | 0.25 | 0.2 | 0.1 |

好评率是指：一类电影中获得好评的部数与该类电影的部数的比值.

假设所有电影是否获得好评相互独立.

（I）从电影公司收集的电影中随机选取 1 部，求这部电影是获得好评的第四类电影的概率；

（II）从第四类电影和第五类电影中各随机选取 1 部，估计恰有 1 部获得好评的概率；

（III）假设每类电影得到人们喜欢的概率与表格中该类电影的好评率相等，用“$\xi_k=1$”表示第 $k$ 类电影得到人们喜欢，“$\xi_k=0$”表示第 $k$ 类电影没有得到人们喜欢（$k$=1，2，3，4，5，6）．写出方差 $D\xi_1$，$D\xi_2$，$D\xi_3$，$D\xi_4$，$D\xi_5$，$D\xi_6$ 的大小关系.

（18）（本小题13分）

设函数 $f(x)=[ax^2-(4a+1)x+4a+3]e^x$ .

（I）若曲线$y=f(x)$在点（1，$f(1)$）处的切线与 $x$ 轴平行，求$a$；

（II）若 $f(x)$ 在$x$=2处取得极小值，求$a$的取值范围.

（19）（本小题 14 分）

已知抛物线 $C$：$y^2=2px$ 经过点 $P$（1，2）．过点 $Q$（0，1）的直线 $l$ 与抛物线 $C$ 有两个不同的交点 $A$，$B$，且直线 $PA$ 交 $y$ 轴于 $M$，直线 $PB$ 交 $y$ 轴于 $N$.

（I）求直线 $l$ 的斜率的取值范围；

（II）设 $O$ 为原点，$\overrightarrow{QM}=\lambda\overrightarrow{QO}$，$\overrightarrow{QN}=\mu\overrightarrow{QO}$，求证：$\dfrac{1}{\lambda}+\dfrac{1}{\mu}$ 为定值.

（20）（本小题14分）

设 $n$ 为正整数，集合 $A$=$\{\alpha \mid \alpha=(t_1,t_2,\cdots,t_n), t_k\in\{0,1\}, k=1,2,\cdots,n\}$．对于集合 $A$ 中的任意元素 $\alpha=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 和 $\beta=(y_1,y_2,\cdots,y_n)$，记

$$M(\alpha,\beta)=\frac{1}{2}[(x_1+y_1-|x_1-y_1|)+(x_2+y_2-|x_2-y_2|)+\cdots+(x_n+y_n-|x_n-y_n|)].$$

（I）当 $n$=3 时，若 $\alpha=(1,1,0)$，$\beta=(0,1,1)$，求 $M(\alpha,\alpha)$ 和 $M(\alpha,\beta)$ 的值；

（II）当 $n$=4 时，设 $B$ 是 $A$ 的子集，且满足：对于 $B$ 中的任意元素 $\alpha,\beta$，当 $\alpha,\beta$ 相同时，$M(\alpha,\beta)$ 是奇数；当 $\alpha,\beta$ 不同时，$M(\alpha,\beta)$ 是偶数．求集合 $B$ 中元素个数的最大值；

（III）给定不小于 2 的 $n$，设 $B$ 是 $A$ 的子集，且满足：对于 $B$ 中的任意两个不同的元素 $\alpha,\beta$，

$M(\alpha,\beta)$=0．写出一个集合 $B$，使其元素个数最多，并说明理由．