新高考Ⅰ卷数学答案解析

1.B

2.C

3.B

4.A

5.C

6.C

7.D

8.B

9.CD

10.AC

11. ACD

12. BD

13. a=1

14. $x=-\frac{3}{2}$

15. 1

16. 5；$240\left(3-\frac{n+3}{2^n}\right)$

17.

（1）解：由题意得 $b_1=a_2=a_1+1=2$, $b_2=a_4=a_3+1=5$

∵$b_1=a_2=a_1+1$, ∴$a_2-a_1=1$.

$b_2=a_4=a_3+1=a_2+3$ ∴$a_4-a_2=3$.

同理 $a_6-a_4=3$

……

$b_n=a_{2n}-a_{2n-2}=3$.

叠加可知 $a_{2n}-a_1=1+3(n-1)$

∴$a_{2n}=3n-1$

∴$b_n=3n-1$. 验证可得 $b_1=a_2=2$，符合上式.

（2）解：∵$a_{2n}=a_{2n-1}+1$

∴$a_{2n-1}=a_{2n}-1=3n-2$.

∴设$\{a_n\}$前 20 项和为 S_{20}

∴$S_{20}=(a_1+a_3+\cdots+a_{19})+(a_2+a_4+\cdots+a_{20})$

$=145+155=300$

18.

（1）解：

由题意得 x=0, 20, 100.

P（x=0）=0.2

P(x=20)=0.8×0.4=0.32

P(x=100)=0.48

X	0	20	100
P	0.2	0.32	0.48

∴

（2）解：

小明先选择 B，得分为 y

∴y=0,80,100

P（y=0）=0.4

P(y=80)=0.6×0.2=0.12

P(y=100)= 0.6×0.8=0.48

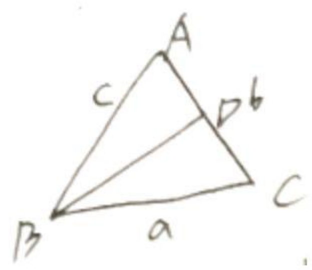
y	0	80	100
p	0.4	0.12	0.48

∴

Ex=54.4　Ey=57.6

∴小明应先选择 B.

19.



（1）由正弦定理

得 $\frac{b}{sin\angle ABC}=\frac{c}{sinc}$, 即 $sin\angle ABC=\frac{bsinc}{c}$

又由 BD$sin\angle ABC$=asinc，得 BD$\frac{bsinc}{c}$=asinc,

即 $\left.\begin{matrix}BD\cdot b=ac\\ b^2=ac\end{matrix}\right\}\Rightarrow$ BD=b

(2) 由 AD=2DC, 将 $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{DC}$, 即 $\overrightarrow{BD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

$\Rightarrow|\overrightarrow{BD}|^2=\frac{1}{9}|\overrightarrow{BA}|^2+\frac{4}{9}|\overrightarrow{BC}|^2+\frac{4}{9}\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$

$\Rightarrow b^2=\frac{1}{9}c^2+\frac{4}{9}a^2+\frac{4}{9}c\cdot a\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$

$\Rightarrow \left.\begin{matrix}11b^2=3c^2+6a^2\\ b^2=ac\end{matrix}\right\}\Rightarrow 6a^2-11ac+3c^2=0$

$\Rightarrow a=\frac{3}{2}c$ 或 $a=\frac{1}{3}c$

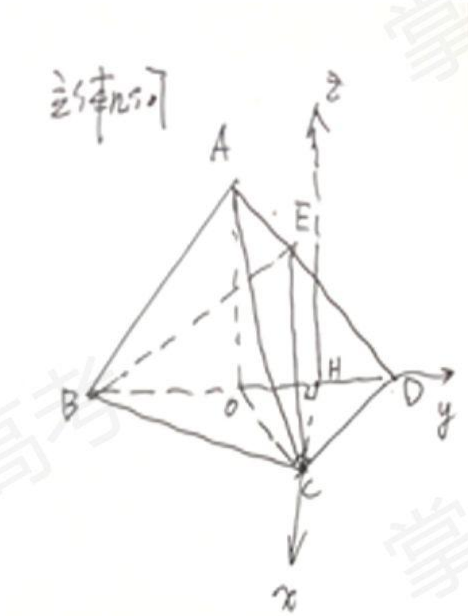
①$\begin{cases}a=\frac{3}{2}c\\ b^2=ac\end{cases}\Rightarrow b^2=\frac{3}{2}c^2\Rightarrow\cos\angle ABC\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=$
$\frac{\frac{9}{4}c^2+c^2-\frac{3}{2}c^2}{2c\cdot\frac{3}{2}c}=\frac{7}{12}$

②$\begin{cases}a=\frac{1}{3}c\\ b^2=ac\end{cases}\Rightarrow b^2=\frac{1}{3}c^2\Rightarrow\cos\angle ABC=\frac{\frac{1}{9}c^2+c^2-\frac{1}{3}c^2}{2c\cdot\frac{1}{3}c}=\frac{7}{6}$(x)

综上

$\cos\angle ABC=\frac{7}{12}$

20.



(1)证明：

由已知，ΔABD 中 AB=AD 且 O 为 BD 中点

∴AO⊥BD

又平面 ABD⊥平面 BCD

∴AO⊥平面 BCD 且 CD⊂平面 BCD

∴AO⊥CD

(2)由于△ OCD 为正三角形，边长为 1

∴OB=OD=OC=CD

∴ ∠BCD=90°

取 OD 中点 H，连结 CH，则 CH⊥OD

以 H 为原点，HC,HD,HZ 为 x，y，z 轴建立空间直角坐标系

由①可知，平面 BCD 的法向量$\vec{m}=(0,0,1)$

设 C$(\frac{\sqrt{3}}{2},0,0)$，B$(0,-\frac{3}{2},0)$，D$(0,\frac{1}{2},0)$

则$\overrightarrow{DA}=(0,-1,\hbar\ )$

∵DE=2EA

$\therefore \overrightarrow{DE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DA}=(0,-\frac{2}{3},\frac{2}{3}\hbar\ )$

$\therefore \overrightarrow{BE}=\overrightarrow{DE}-\overrightarrow{DB}=(0,\frac{4}{3},\frac{2}{3}\hbar\ )$且$\overrightarrow{BC}=(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2},0)$

设$\vec{n}$⊥平面 BEC $\vec{n}$=(x, y, z)

$\therefore \begin{cases}\vec{n}\bullet\overrightarrow{BC}=0\\ \vec{n}\bullet\overrightarrow{BE}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}\sqrt{3}x+3y=0\\ \frac{4}{3}y+\frac{2}{3}\hbar\ z=0\end{cases}$

$\therefore \vec{n}=(\sqrt{3},-1,\frac{2}{\hbar})$

由于二面角 E-BC-D 为 45°

$$\therefore \cos 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}=|\cos\langle\vec{n}\bullet\vec{m}\rangle|=\frac{\frac{2}{\hbar}}{\sqrt{3+1+\frac{4}{\hbar^{2}}}}$$

$\therefore$ h = 1

$\therefore V_{三棱锥A-BCD}=\frac{1}{3}S_{\Delta BCD}\times\hbar=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times 2\times 1=\frac{\sqrt{3}}{6}$

21.（1）$c=\sqrt{17}$，$2a=2,a=1,b=4$

C表示双曲线的右支方程：$x^2-\frac{y^2}{16}=1(x\geq 1)$

（2）设$T(\frac{1}{2},m)$，设直线 AB 的方程为$y=k_1\left(x-\frac{1}{2}\right)+m$，$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$

$\begin{cases} y = k_1\left(x - \frac{1}{2}\right) + m \\ 16x^2 - y^2 = 16 \end{cases}$，得 $16x^2 - [k_1^2\left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) + 2k_1m\left(x - \frac{1}{2}\right) + m^2] = 16$

$(16 - k_1^2)x^2 + (k_1^2 - 2k_1m)x - \frac{1}{4}k_1^2 + k_1m - m^2 - 16 = 0$

$\therefore |TA||TB| = (1 + k_1^2)\left[\left(x_1 - \frac{1}{2}\right)\left(x_2 - \frac{1}{2}\right)\right]$

$= (1 + k_1^2)\left[x_1x_2 - \frac{1}{2}(x_1 + x_2) + \frac{1}{4}\right]$

$= (1 + k_1^2)\left[\frac{k_1m - \frac{1}{4}k_1^2 - m^2 - 16}{16 - k_1^2} - \frac{1}{2}\frac{2k_1m - k_1^2}{16 - k_1^2} + \frac{1}{4}\right]$

$= (1 + k_1^2)\frac{-m^2 - 12}{16 - k_1^2}$

$= (1 + k_1^2)\frac{m^2 + 12}{k_1^2 - 16}$

设 $k_{PQ} = k_2$，同理可得

$|TP||TQ| = (1 + k_2^2)\frac{m^2+12}{k_2^2-16}$

所以 $(1 + k_1^2)\frac{m^2+12}{k_1^2-16} = (1 + k_2^2)\frac{m^2+12}{k_2^2-16}$

得 $k_2^2 - 16k_1^2 = k_1^2 - 16k_2^2$

$\therefore k_1^2 = k_2^2$

$\because k_1 \neq k_2$

$\therefore k_1 = -k_2$

即 $k_1 + k_2 = 0$

22.（1）f(x)=x-xlnx

$$f'(x) = 1 - \ln x - 1 = -\ln x \ (x>0)$$

令 f’（x）>0，则 0<x<1，

令 f’（x）<0，则 x>1

∴f(x)的单调增区间为(0,1)，单调减区间为(1,+∞).

(2) $\frac{\ln a}{a} - \frac{\ln b}{b} = \frac{1}{b} - \frac{1}{a}$

即 $\frac{1+\ln a}{a} = \frac{1+\ln b}{b}$，即 $f\left(\frac{1}{a}\right) = f\left(\frac{1}{b}\right)$

令 p=$\frac{1}{a}$，q=$\frac{1}{b}$，不妨设 0＜p＜1＜q，下面证明 2＜p+q＜e.

① 先证 p+q＞2，当 p≥2 时结论显然成立.

当 q∈(1,2)时，p+q＞2,，则 p＞2-q，∴2-q＜1.只需设 f(p)＞f(2-q).

即证当 q∈(1,2)时，由 f(p)＞f(2-q)

令 g(x)=f(x)-f(2-x).

g’(x)=f’(x)+f’(2-x)=-lnx-ln(2-x)=-ln[-$(x-1)^2$+1]

当 x∈(1,2)时，-$(x-1)^2$+1＜1，所以 g’(x)＞0,

∴g(x)在(1,2)上单调递增，

∴g(q)＞g(1)=0，即 f(q)＞f(2-q)

②再设 $\mathrm{p}+\mathrm{q}<\mathrm{e}$,

当 $\mathrm{x}\in(0,\mathrm{e})$时，$f(x)>0$，当$x\in(e,+\infty)$时，$f(x)<0$

$\therefore q<e$

$\because 0<\mathrm{P}<1 \quad \therefore \mathrm{e}-\mathrm{p}>\mathrm{e}-1>1$

要证 $\mathrm{q}<\mathrm{e}-\mathrm{p}$ 只需证 $\mathrm{f(q)}>\mathrm{f(e-p)}$

即证当 $\mathrm{P}\in(0,1)$时，有 $\mathrm{f(P)}>\mathrm{f(e-p)}$

设 $\mathrm{h(x)}=\mathrm{f(x)}-\mathrm{f(e-x)}, \mathrm{x}\in(0,1), \mathrm{h}'(\mathrm{x})=\mathrm{f}'(\mathrm{x})+\mathrm{f}'(\mathrm{e}-\mathrm{k})=-\ln\mathrm{x}-\ln(\mathrm{e}-\mathrm{x})=-\ln[x(e-x)]$

设 $ex-x^2=1$ 小于 1 的根为x_0，则$\hbar(x)$在$(0,x_0)$单调递增，在$(x_0,1)$单调递减.

$\hbar(x)>\hbar(1)=f(1)-f(e-1)>0$

证毕