

2022 年普通高等学校招生全国统一考试数学（天津卷）2022. 06.

一、选择题：本题共 9 小题，每小题 5 分，共 45 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

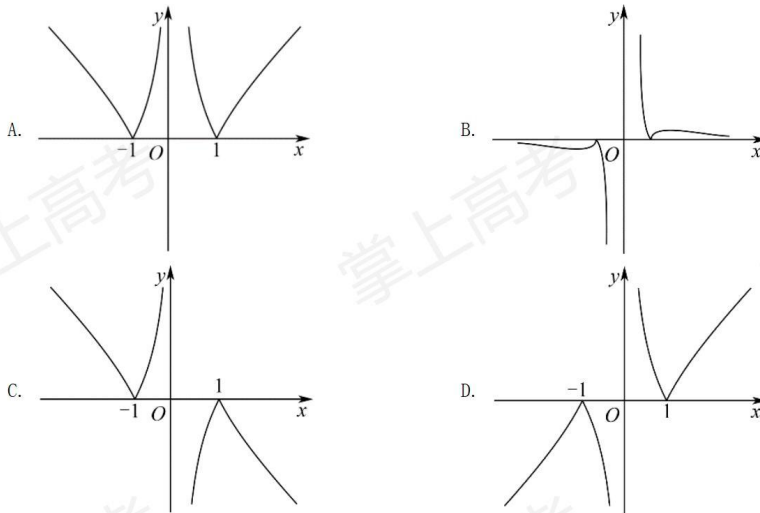
1. 设全集 $U = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ，集合 $A = \{0, 1, 2\}$ ， $B = \{-1, 2\}$ ，则 $A \cap (\complement_U B) = (\quad)$

- A. $\{0, 1\}$ B. $\{0, 1, 2\}$ C. $\{-1, 1, 2\}$ D. $\{0, -1, 1, 2\}$

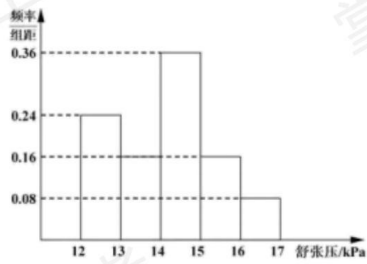
2. “ x 为整数”是“ $2x+1$ 为整数”的 ()

- A. 充分不必要 B. 必要不充分
C. 充分必要 D. 既不充分也不必要

3. 函数 $f(x) = \frac{|x^2 - 1|}{x}$ 的图像为 ()



4. 为研究某药品的疗效，选取若干名志愿者进行临床试验，所有志愿者的舒张压数据（单位：kPa）的分组区间为 $[12, 13)$, $[13, 14)$, $[14, 15)$, $[15, 16)$, $[16, 17]$ ，将其按从左到右的顺序分别编号为第一组，第二组，…，第五组，右图是根据试验数据制成的频率分布直方图。已知第一组与第二组共有 20 人，第三组中没有疗效的有 6 人，则第三组中有疗效的人数为 ()



- A. 8 B. 12 C. 16 D. 18

5. 已知 $a = 2^{0.7}$, $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{0.7}$, $c = \log_2 \frac{1}{3}$, 则 ()

- A. $a > c > b$ B. $b > c > a$ C. $a > b > c$ D. $c > a > b$

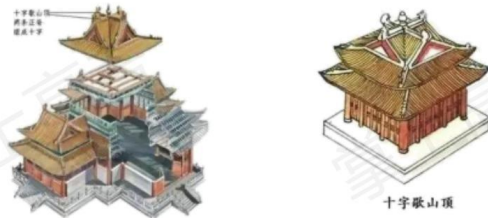
6. 化简 $(2\log_4 3 + \log_8 3)(\log_3 2 + \log_9 2)$ 的值为 ()

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 6

7. 已知抛物线 $y^2 = 4\sqrt{5}x$, F_1, F_2 分别是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, 抛物线的准线过双曲线的左焦点 F_1 , 与双曲线的渐近线交于点 A , 若 $\angle F_1 F_2 A = \frac{\pi}{4}$, 则双曲线的标准方程为 ()

- A. $\frac{x^2}{10} - y^2 = 1$ B. $x^2 - \frac{y^2}{16} = 1$
 C. $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ D. $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$

8. 如图, “十字歇山”是由两个直三棱柱重叠后的景象, 重叠后的底面为正方形, 直三棱柱的底面是顶角为 120° , 腰为 3 的等腰三角形, 则该几何体的体积为 ()



- A. 23 B. 24 C. 26 D. 27

9. 已知 $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x$, 关于该函数有下列四个说法:

- ① $f(x)$ 的最小正周期为 2π ;

② $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ 上单调递增;

③ 当 $x \in [-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ 时, $f(x)$ 的取值范围为 $[-\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4}]$;

④ $f(x)$ 的图象可由 $g(x) = \frac{1}{2}\sin(2x + \frac{\pi}{4})$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度得到.

以上四个说法中, 正确的个数为 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

第 II 卷

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分. 试题中包含两个空的, 答对 1 个的给 3 分, 全部答对的给 5 分.

10. 已知 i 是虚数单位, 化简 $\frac{11-3i}{1+2i}$ 的结果为 _____.

11. $(\sqrt{x} + \frac{3}{x^2})^5$ 的展开式中的常数项为 _____.

12. 若直线 $x - y + m = 0 (m > 0)$ 与圆 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 3$ 相交所得的弦长为 m , 则 $m =$ _____.

13. 52 张扑克牌, 没有大小王, 无放回地抽取两次, 则两次都抽到 A 的概率为 _____; 已知第一次抽到的是 A , 则第二次抽取 A 的概率为 _____.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{CA} = \vec{a}, \overrightarrow{CB} = \vec{b}$, D 是 AC 中点, $\overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{BE}$, 试用 \vec{a}, \vec{b} 表示 \overrightarrow{DE} 为 _____, 若 $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{DE}$, 则 $\angle ACB$ 的最大值为 _____.

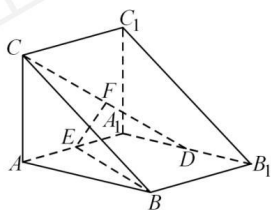
15. 设 $a \in \mathbf{R}$, 对任意实数 x , 记 $f(x) = \min\{|x| - 2, x^2 - ax + 3a - 5\}$. 若 $f(x)$ 至少有 3 个零点, 则实数 a 的取值范围为 _____.

三、解答题: 本大题共 5 小题, 共 75 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $a = \sqrt{6}, b = 2c, \cos A = -\frac{1}{4}$.

- (1) 求 c 的值;
- (2) 求 $\sin B$ 的值;
- (3) 求 $\sin(2A - B)$ 的值.

17. 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 = AB = AC = 2, AA_1 \perp AB, AC \perp AB$, D 为 A_1B_1 的中点, E 为 AA_1 的中点, F 为 CD 的中点.



- (1) 求证: $EF \parallel$ 平面 ABC ;
- (2) 求直线 BE 与平面 CC_1D 所成角的正弦值;
- (3) 求平面 A_1CD 与平面 CC_1D 所成二面角的余弦值.

18. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, $\{b_n\}$ 是等比数列, 且 $a_1 = b_1 = a_2 - b_2 = a_3 - b_3 = 1$.

- (1) 求 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的通项公式;
- (2) 设 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 求证: $(S_{n+1} + a_{n+1})b_n = S_{n+1}b_{n+1} - S_n b_n$;

- (3) 求 $\sum_{k=1}^{2n} [a_{k+1} - (-1)^k a_k] b_k$.

19. 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 F 、右顶点为 A 、上顶点为 B , 且满足 $\frac{|BF|}{|AB|} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

- (1) 求椭圆的离心率 e ;
- (2) 直线 l 与椭圆有唯一公共点 M , 与 y 轴相交于 N (N 异于 M). 记 O 为坐标原点, 若 $|OM| = |ON|$, 且 $\triangle OMN$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 求椭圆的标准方程.

20. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = e^x - a \sin x, g(x) = b\sqrt{x}$

- (1) 求函数 $y = f(x)$ 在 $(0, f(0))$ 处的切线方程;
- (2) 若 $y = f(x)$ 和 $y = g(x)$ 有公共点,
 - (i) 当 $a = 0$ 时, 求 b 的取值范围;
 - (ii) 求证: $a^2 + b^2 > e$.